Lehrbuch
der
Mechanik.

für die
Unterrealschulen von zwei Jahrgängen.

Von

Adam Burg,
[illegible]

Zweite, vom Verfasser revidirte Auflage.

Mit einer Kupfertafel.

Preis gebunden in [illegible]

Wien. [illegible]

Im Verlage der k. k. [illegible]
[illegible]

Lehrbuch

der

Mechanik.

Für die

Unterrealschulen von zwei Jahrgängen.

Von

Adam Burg,

k. k. Regierungsrathe, ordentlichem öffentlichem Professor der Mechanik und Maschinenlehre am k. k. politechnischen Institute in Wien, Ritter mehrerer hoher Orden und Mitglied mehrerer in- und ausländischer gelehrter Gesellschaften, Akademien und Vereine.

Zweite, vom Verfasser revidierte Auflage.

Mit vier Kupfertafeln.

Kostet gebunden in Leinwandrücken 28 Kr. K. M.

Wien, 1854.

Im Verlage der k. k. Schulbücherverschleiß-Administrazion bei St. Anna in der Johannesgasse.

In den öffentlichen Schulen sind, besondere Ermächtigungen des Ministeriums des Kultus und Unterrichtes ausgenommen, nur die **vorgeschriebenen**, mit dem Stämpel des Schulbücher-Verlages versehenen Bücher zu verwenden, auch dürfen diese Bücher nicht gegen **höhere, als die auf dem Titelblatte angegebenen Preise** verkauft werden.

Einleitung.

§. 1.

Allgemeine Eigenschaften der Körper.

Alle durch unsere Sinne wahrnehmbaren leblosen Gegenstände, welche irgend einen begränzten Raum ausfüllen, heißen physische Körper oder geradezu Körper. Alle diese Körper sind 1. undurchdringlich, 2. begränzt, 3. porös, 4. theilbar, 5. schwer und 6. träg.

Die Undurchdringlichkeit ist eine wesentliche Eigenschaft der Materie oder des Stoffes, woraus die Körper bestehen; dadurch wird die Materie raumerfüllend, so dass in dem Raume, in welchem sich die Materie eines Körpers befindet, nicht gleichzeitig auch der Stoff eines andern Körpers bestehen kann.

Erst durch das Begränztsein des Stoffes oder der Materie entstehen Körper von einer gewissen Größe und Form oder Gestalt. So kann z. B. ein Klumpen Eisen die Größe von 1 Kubikfuß und dabei die Würfel-, Kugel- oder irgend eine andere, regelmäßige oder unregelmäßige Gestalt besitzen.

Der Raum oder das Volumen eines Körpers ist nicht gleichmäßig oder stetig von der betreffenden Materie ausgefüllt, sondern es bestehen dabei größere oder kleinere Zwischenräume oder Poren, welche bei vielen Körpern wie z. B. beim Schwamme, Bimssteine, Holze u. s. w. schon mit freiem Auge wahrzunehmen sind.

Die Körper lassen sich durch allerlei Mittel immer weiter, ja oft bis ins Unglaubliche zertheilen und auflösen; man nimmt an, dass man dabei endlich auf so außerordentlich kleine Theilchen kommen würde, dass diese nicht mehr weiter getheilt werden können; man nennt diese, nur in der Vorstellung bestehende Theilchen Atome oder wohl auch materielle Punkte.

Alle Körper haben in Folge der Schwerkraft das Bestreben zu fallen; werden sie daran gehindert, so üben sie gegen das Hindernis einen Druck oder Zug aus; ein an einem Faden frei hängender Körper; z. B. eine kleine Bleikugel (wie bei dem Bleilothe), zeigt dabei die Richtung der Schwere (eine vertikale oder lothrechte Linie) an.

Endlich kann kein (lebloser) Körper seinen Zustand der Ruhe oder Bewegung, in welchem er sich eben befindet, von selbst verändern; so kann sich z. B. ein ruhig liegender Stein nicht von selbst in Bewegung setzen, eine abgeschossene Kugel würde ihre Bewegung ohne Ende fortsetzen, wenn keine anderweitigen Kräfte und Hindernisse (Schwerkraft, Reibung, Widerstand der Luft u. s. w.) auf dieselbe einwirkten oder vorhanden wären, wodurch die Bewegung nach und nach langsamer wird und endlich ganz aufhört; man schreibt diese Eigenschaft oder Gleichgiltigkeit der Körper gegen Ruhe und Bewegung der sogenannten Trägheit oder dem Beharrungsvermögen der Materie zu.

§. 2.

Verschiedenartigkeit der Körper.

Die Körper sind entweder fest (starr), wie z. B. Holz, Eisen, Steine u. s. w. oder tropfbar flüssig, wie Wasser, Öhl, Weingeist u. s. w. oder luftförmig (ausdehnsam flüssig), wie die atmosfärische, kohlensaure, brennbare Luft u. s. w.

Außer diesen Hauptunterschieden gibt es noch sehr viele Abstufungen unter den festen Körpern selbst; so ist z. B. das Eisen hart, das Blei weich, der Zucker spröde, das Gold dehnbar, das Fischbein biegsam und elastisch und so weiter fort.

§. 3.

Ruhe und Bewegung.

Von einem Körper, welcher seinen Platz oder Ort nicht verändert, sagt man: er ruhe; ändert er dagegen seinen Ort, so bewegt er sich.

Die Bewegung ist entweder wirklich, wie z. B. bei einem fortrollenden Stein, oder scheinbar, wie z. B. bei dem sogenannten Auf- und Untergang der Sonne oder bei der scheinbaren Bewegung der Ufer, wenn man in einem Schiffe oder Kahne längs derselben hinfährt.

Da sich alle auf unserer Erde befindlichen Gegenstände sammt dieser in Bewegung befinden (indem sich die Erde täglich um ihre Achse und jährlich um die Sonne bewegt), so versteht man unter der Ruhe eines Körpers immer nur eine relative gegen die ihn zunächst umgebenden Gegenstände. Ein auf einem segelnden Schiffe sitzender Reisender befindet sich z. B. gegen das Schiff selbst in Ruhe, dagegen in Beziehung auf die äußern Gegenstände in Bewegung.

§. 4.

Richtung der Bewegung.

Bei der Bewegung eines Körpers ist es in der Regel hinreichend, einen einzigen Punkt desselben zu berücksichtigen. Je nachdem dieser Punkt (wofür man gewöhnlich den Schwerpunkt §. 24 nimmt) eine gerade oder krumme Linie zurücklegt, heißt die Bewegung gerad- oder krummlinig.

So besitzt z. B. ein frei fallender Körper eine geradlinige, ein schief geworfener Stein, weil er dabei im Bogen geht, eine krummlinige Bewegung. Zugleich sind dieses Beispiele von einer fortschreitenden Bewegung, während z. B. ein Schleifstein eine drehende oder rotierende Bewegung erhält. Ein fortrollendes Wagenrad (so auch unsere Erde) hat gleichzeitig eine fortschreitende und drehende Bewegung.

§. 5.

Kraft.

Da kein Körper (§. 1. Eigenschaft 6.) von selbst eine Bewegung anfangen kann, so muß zur Hervorbringung derselben immer etwas vorhanden sein, was man Kraft nennt; manchmal äußert sich eine Kraft auch dadurch, daſs sie Bewegung zu erzeugen strebt, oder diese verhindert oder auch abändert.

Da wir die Kräfte nur aus ihren Wirkungen beurtheilen können, so erscheinen sie uns als bewegende, beschleunigende, anziehende, abstoßende Kräfte u. s. w.; außerdem unterscheidet man Muskel-, Wasser-, Wind-, Dampfkraft u. s. f.

§. 6.

Gleichgewicht der Kräfte.

Ein Körper kann nicht bloß deshalb ruhen, weil gar keine Kraft, sondern auch weil Kräfte auf ihn einwirken, die sich gegenseitig aufheben, wie z. B. bei einem in der Hand gehaltenen Bleiloth (eine an einem Faden hängende Bleikugel) das von der Schwerkraft herrührende Gewicht der Kugel von der Muskelkraft der Hand aufgehoben oder unwirksam gemacht wird. In diesem Falle sagt man, daſs die Kräfte im Gleichgewichte stehen.

In diesem hier angenommenen Beispiele steht nämlich die aufwärts wirkende Muskelkraft mit der auf die Kugel des Bleilothes abwärts wirkende Schwerkraft im Gleichgewichte.

§. 7.

Mechanik und ihre Unterabtheilungen.

Die Wissenschaft, welche von den Erscheinungen handelt, die aus der Einwirkung der mechanischen Kräfte auf die Körper hervorgehen, heißt Mechanik; je nachdem diese Kräfte auf feste oder flüssige Körper wirken, theilt man dieselbe in die Mechanik fester und in jene flüssiger Körper; je nachdem sie aber von den Gesetzen des Gleichgewichtes oder der Bewegung handelt, heißt sie beziehungsweise Statik und Dynamik bei festen, Hydrostatik und Hydrodynamik (auch Hydraulik) bei tropfbar flüssigen, und Aërostatik und Aërodynamik, auch Pneumatik) bei luftförmigen Körpern.

Erster Abschnitt.

Von der Statik oder dem Gleichgewichte der Kräfte bei festen Körpern.

Erstes Kapitel.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

§. 8.

Maß der Kräfte.

Die Größe oder Stärke einer Kraft läßt sich am einfachsten durch ein Gewicht messen, welches aufgehängt denselben Zug, oder auf eine Unterlage denselben Druck wie die betreffende Kraft ausübt. Nimmt man, wie es wirklich geschieht, das Pfund zur Gewichtseinheit, so wird eine Kraft, welche eben so zieht oder drückt wie 1 Pfund, zur Einheit der Kräfte genommen; dadurch wird also eine z. B. nur halb oder eine 10mal so große Kraft beziehungsweise durch $\frac{1}{2}$ und 10 Pfund ausgedrückt, oder es verhalten sich diese 3 genannten Kräfte wie die unbekannten Zahlen $1 : \frac{1}{2} : 10$ oder auch in ganzen Zahlen wie $2 : 1 : 20$.

Zusatz. Da es sich in den meisten Fällen nur um dieses gegenseitige Verhalten der Kräfte handelt, so bezeichnet man diese nicht bloß durch Zahlen, sondern auch durch gerade Linien, deren Längen zu einander in demselben Ver-

hältnisse wie die Kräfte stehen. Sollen also z. B. drei Kräfte von 2, 3 und 4 Pfund durch die drei geraden Linien **a**, **b**, **c** (Fig. 1) vor- oder dargestellt werden, so trägt man mittelst des Zirkels eine beliebige zur Einheit gewählte Linie **m** auf diesen drei Linien beziehungsweise 2, 3 und 4 mal auf.

§. 9.

Angriffspunkt und Richtung einer Kraft.

Wird an einem z. B. auf einem Tische liegenden Körper **M** (Fig. 2) im Punkte **A** eine Schnur oder ein Faden befestiget, dieser über eine Rolle **r** geführt, und daran am andern Ende **m** ein Gewicht von z. B. 2 Pfund aufgehängt; so wird dieser Körper **M** oder vielmehr der Punkt **A**, welcher dabei der Angriffspunkt der Kraft heißt, mit einer Kraft von 2 Pfund in der Richtung **AB**, d. i von **A** gegen **B** gezogen.

Zusatz. Höhlt oder bohrt man den Körper **M** von **A** bis **C** hinein aus, und befestigt den Faden im Punkte **C** wobei dieser Punkt in der Verlängerung von der geraden Linie **BA** liegen soll; so bleibt der Erfolg oder die Wirkung der Kraft auf diesen Körper **M** dieselbe. Eben so könnte der Faden an dem Endpunkt **a** eines an dem Körper nach der Richtung **AB** befestigten Drahtes **Aa** ohne Änderung der Wirkung der Kraft befestigt werden. Man kann daher den Angriffspunkt einer Kraft in jedem beliebigen Punkt der Richtung dieser Kraft annehmen, sobald man voraussetzt, dass dieser neue Punkt mit dem ursprünglichen Angriffspunkt in einem festen Zusammenhange steht.

§. 10.

Mittelkraft und Seitenkräfte.

Wirken auf den nämlichen Punkt eines frei beweglichen Körpers oder überhaupt nur auf einen beweglichen Punkt

zwei Kräfte nach ein und derselben Richtung, so ist es genau eben so, als ob auf diesen Punkt nach derselben Richtung, eine einzige Kraft wirksam wäre, welche so groß als die beiden Kräfte zusammen ist. Man nennt in allen Fällen, in welchen eine einzige Kraft dasselbe bewirkt oder bewirken könnte, was durch das gleichzeitige Zusammenwirken zweier oder mehrerer Kräfte geschieht, diese einzige Kraft die Mittelkraft, und die einzelnen Kräfte die gleichgeltenden oder (besonders, wenn sie einen Winkel einschließen) die Seitenkräfte.

Ziehen z. B. zwei Knaben an derselben Schnur einen kleinen Wagen, der eine mit einer Kraft von 12, der andere von 18 Pfund, so bewegen sie denselben eben so, wie ein einziger Mann, welcher dabei eine Kraft von 12 + 18 = 30 Pfund ausübt. In diesem Falle sind die beiden Kräfte von 12 und 18 Pfund die Seitenkräfte, während die Kraft von 30 Pfund die Mittelkraft (auch Resultierende genannt) aus diesen beiden Streitkräften ist.

§. 11.

Zusammensetzung der Kräfte.

Die Methode oder der Vorgang, nach welchem man aus zwei oder überhaupt mehreren Seitenkräften die Mittelkraft findet, heißt das Zusammensetzen der Kräfte; in den zunächst folgenden Paragrafen werden die vorzüglichsten Fälle dieser Zusammensetzung erläutert.

§. 12.

Zwei Kräfte wirken auf einen beweglichen Punkt nach derselben Richtung.

In diesem Falle gibt, wie bereits in §. 10 bemerkt wurde, die Summe der beiden Seitenkräfte die gesuchte Mittelkraft, dabei fällt ihre Richtung mit jener der Seitenkräfte zusammen.

Sind z. B. die beiden Seitenkräfte 2 und 3 Pfund, so ist die Größe der Mittelkraft 2 + 3 = 5 Pfund.

Stellt die gerade Linie AN (Fig. 3) die Richtung dieser beiden Seitenkräfte vor, und trägt man eine beliebige Länge (welche gleichsam die Kraft von 1 Pfund darstellt) 2 mal von A bis a und dann noch 3 mal von a bis B; so stellen die Stücke Aa und aB die Seitenkräfte und das Stück AB = Aa + aB die Mittelkraft vor.

Kann die Kraft von 2 Pf. den beweglichen Punkt A in einer gewissen Zeit, z. B. in 1 Sekunde durch 2 Einheiten, d. i. durch das Stück Aa bewegen, so kann die zweite Seitenkraft von 3 Pf. diesen Punkt in derselben Zeit durch 3 solche Einheiten, d. i. durch das Stück aB bewegen (weil die Wirkungen den Kräften proporzional sind); da es nun für den Erfolg einerlei ist, ob diese beiden Kräfte gleichzeitig, jede während 1 Sekunde, oder eine nach der andern, jede durch 1 Sekunde auf den beweglichen Punkt A wirken, im letztern Falle aber dieser Punkt den Weg Aa + aB = AB zurücklegt, so muß die Mittelkraft, welche dasselbe bewirkt, was durch das gleichzeitige Einwirken beider Kräfte Aa und aB entsteht, durch AB vorgestellt werden, weil sie den Punkt A wirklich während 1 Sekunde durch 5 Einheiten d. i. durch den Weg AB bewegen würde.

§. 13.

Zwei Kräfte wirken auf einen beweglichen Punkt nach gerade entgegengesetzten Richtungen.

In diesem Falle erhält man die Größe der Mittelkraft aus dem Unterschiede oder der Differenz der beiden Seitenkräfte, ihre Richtung fällt dabei mit der Richtung der größern Seitenkraft zusammen. Sind die beiden Seitenkräfte gleich groß, so ist dieser Unterschied, also auch die Mittelkraft Null, und dieß zeigt an, dass sich die beiden Kräfte in diesem besondern Falle, das Gleichgewicht halten oder aufheben, was sich von selbst versteht, weil sich bei zwei gleichen nach gerade entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräften der bewegliche Punkt weder nach der einen noch nach der andern dieser beiden Richtungen bewegen kann, (indem er sich sonst zu gleicher Zeit nach beiden Richtungen bewegen müßte, was unmöglich ist.)

Wirken z. B. auf den beweglichen Punkt A (Fig. 4) die beiden Kräfte von 4 und 3 Pfund nach den Richtungen AB und AC, wobei BC eine gerade Linie sein soll; so kann man sich die erstere Kraft

aus den zwei nach AB wirkenden Kräften von 3 und 1 Pfund bestehend denken (indem diese zusammen nach dem vorigen §. diese Kraft von 4 Pf. ausmachen); da sich aber die 3 Pf. nach AB mit den 3 Pf. nach AC, als gleich und entgegengesetzt aufheben, so bleibt nur noch die Kraft von 1 = 4 — 3 Pf. nach AB übrig, und diese bildet sonach die Mittelkraft aus den beiden ursprünglichen Kräften von 4 und 3 Pfund.

Trägt man wieder eine beliebige Länge als Einheit der Kräfte 4 mal von A gegen n und 3 mal von n gegen A bis m zurück, so stellen auch hier An und nm die Seitenkräfte und Am = An — nm die Mittelkraft vor. Kann nämlich die Kraft von 4 Pfund den beweglichen Punkt A in irgend einer Zeit z. B. 1 Sekunde durch 4 Linien-Einheiten d. i. durch An bewegen, so kann, wenn die zweite Kraft 3 Pf. nach der ersteren wirkt, diese denselben Punkt in der nämlichen Zeit (da diese nach entgegengesetzter Richtung wirkt) wieder um 3 solche Einheiten, d. i. um das Stück nm zurückführen, so, dass die vereinte Wirkung dieser beiden Kräfte, diese mögen nach einander oder gleichzeitig wirken, darin besteht, den Punkt A in derselben Zeit durch den Weg Am zu bewegen, was aber auch in der That von der durch die Linie Am dargestellten Mittelkraft bewirkt wird.

§. 14.

Wirken in diesen beiden in §. 12 und §. 13. behandelten Fällen mehr als zwei Kräfte auf den beweglichen Punkt, so findet man die Größe der Mittelkraft im ersten Falle, wo die Kräfte alle nach einer Richtung wirken, indem man diese Kräfte summiert; im zweiten Falle dagegen, in welchem die Kräfte zum Theile nach der einen, zum Theile nach der entgegengesetzten Richtung wirken, indem man sowohl die Kräfte, welche nach der einen, als auch jene Kräfte summiert, welche nach der andern Richtung wirken, und von der größern Summe die kleinere abzieht. Die Richtung der Mittelkraft fällt im erstern Falle mit jener der Seitenkräfte, im letztern dagegen mit jenen Kräften zusammen, welche die größere Summe geben.

Wirken z. B. im ersten Falle auf einen beweglichen Punkt die Kräfte von 2, 5 und 6 Pfund nach derselben Richtung, so ist nach §. 12 die Mittelkraft aus den beiden zuerst genannten Kräften 2 + 5 = 7 und eben so die Mittelkraft aus dieser letzteren und der 3. Kraft 7 + 6 = 2 + 5 + 6 = 13 Pfund, welches offen-

bar auch die Mittelkraft aus allen drei Kräften ist. Auf dieselbe Art wird der Satz für jede beliebige Anzahl von solchen Kräften bewiesen.

Wirken dagegen im zweiten Falle die Kräfte von z. B. 2, 5 und 6 Pfund nach der einen und jene 4 und 3 Pfund nach der gerade entgegengesetzten Richtung, so ist wie eben gezeigt wurde, $2+5+6=13$ Pf. die Mittelkraft nach der einen und $4+3=7$ Pf. nach der entgegengesetzten Richtung, folglich ist es jetzt gerade so, als ob auf den beweglichen Punkt nur die 2 Kräfte von 13 und 7 Pf. nach entgegengesetzten Richtungen wirksam wären, und diese geben nach §. 13 eine Mittelkraft, deren Größe $=13-7=6$ Pf. ist, und deren Richtung mit jener der Kraft von 13 Pf. zusammen fällt. — Sind beide Summen gleich groß, so stehen die Kräfte im Gleichgewichte.

§. 15.

Wirken zwei Kräfte unter einem Winkel auf einen beweglichen Punkt, z. B. die Kräfte von 5 und 2 Pfund auf den Punkt A (Fig. 5) nach den Richtungen AN und AM, so findet man sowohl die Größe als Richtung der Mittelkraft, indem man wieder eine beliebige Länge oder Einheit 5 mal auf AN von A bis B, und 2 mal auf AM von A bis C aufträgt, d. h. die Linien AB und AC (§. 8, Zus.) den nach diesen Richtungen wirkenden Kräften proporzional abschneidet, und durch die Punkte B und C parallele Linien BD und CD mit AM und AN bis zum Durchschnittspunkt D zieht, wodurch das Parallelogramm ABCD entsteht, in welchem die Diagonale AD die Mittelkraft aus den beiden Seitenkräften AB und AC darstellt. Wäre nun die angenommene Länge oder Linieneinheit (welche auch zugleich die Kräfteneinheit vorstellt) in dieser Diagonale AD z. B. 6 mal enthalten, so würde die Mittelkraft aus den beiden nach AN und AM wirkenden Seitenkräften von 5 und 2 Pfund sofort 6 Pfund betragen und ihre Richtung nach AD fallen, d. h. eine auf den Punkt A nach AO wirkende Kraft von 6 Pfund würde genau dasselbe leisten, was die beiden nach AN und AM wirkenden Seitenkräfte von 5 und 2 Pfund bewirken.

Theilt man die Linien AC und AB, welche die nach diesen Richtungen wirkenden Streitkräfte vorstellen, in eine beliebige, jedoch gleiche Anzahl z. B. jede in 3 gleiche Theile in den Punkten a, b, C und a, b, B und konstruiert durch diese Punkte die Parallelogramme Aa1a' und Ab2b', so fallen die Punkte 1, 2 in die Diagonale AD, und die Stücke Aa, Aa', A1, dann Ab, Ab', A2 stehen zu einander in demselben Verhältnisse, wie die Linien AC, AB und AD, was alles aus der Geometrie bekannt ist.

Stellt man sich nun vor, daſs die Kraft AC (d. i. von 2 Pfund) den beweglichen Punkt A in irgend einer Zeit, z. B. in 1 Sekunde nach ihrer Richtung durch das Stück Aa bewegen kann, so kann auch die Kraft AB (d. i. von 5 Pf.) für sich allein diesen Punkt in derselben Zeit durch das Stück Aa' bewegen (indem sich diese Wege Aa und Aa' wie die betreffenden Kräfte AC und AB d. i. wie 2 zu 5 verhalten). Eben so würden Ab und Ab', AC und AB die betreffenden Wege nach 2 und 3 Sekunden sein. Wirken daher diese beiden Kräfte jede während 1 Sekunde anstatt gleichzeitig, eine nach der andern, so bringt die Kraft AC, wenn man diese zuerst wirken läſſt, den Punkt A von A nach a und hierauf die zweite Kraft diesen Punkt von a nach 1, weil a1 parallel mit AN und gleich Aa' ist. Eben so bringen diese Kräfte den Punkt A während 2 Sekunden nach einander von A nach b und von b nach 2, und während 3 Sekunden von A nach C und von da nach D. Eben so käme, wenn man die zweite Kraft zuerst wirken ließe, der Punkt A von A nach a', und dann von a' nach 1; von A nach b' und von da nach 2; von A nach B und von da nach D, wie vorhin. Da nun durch das gleichzeitige Zusammenwirken beider Kräfte dasselbe geschieht, (wozu man sich nur vorstellen darf, daſs, während der Punkt A auf der Geraden AN die Wege Aa' a'b', b'B zurücklegt, diese Gerade mit sich selbst parallel so fortrückt, daſs sie in die Lagen a1, b2, CD kommt), so muß auch die Mittelkraft aus beiden die Eigenschaft haben, den Punkt A nach 1, 2 und 3 Sekunden nach 1, 2, D der Geraden AD zu bringen, was aber auch wirklich durch eine nach der Richtung AO wirkende Kraft geschieht, deren Größe durch AD dargestellt wird.

§. 16.

Kräftenparallelogramm.

Das durch die vorige Konstrukzion erhaltene Parallelogramm ABCD, in welchem die beiden Seiten AB und AC die Seitenkräfte und die Diagonale AD die Mittelkraft vorstellt, wird Kräftenparallelogramm oder auch Parallelogramm der Kräfte genannt.

Zusatz 1. Sind die beiden Seitenkräfte gleich, so theilt die Mittelkraft oder die Diagonale **AD** den Winkel **NAM** in zwei gleiche Theile.

Zusatz 2. Da **BD** = **AC** ist, so stellen auch in dem Dreiecke **ABD** (Fig. 5) die Seiten **AB** und **BD** die Seitenkräfte, und **AD** die Mittelkraft vor. Da ferner in jedem Dreiecke eine Seite kleiner ist, als die Summe der beiden übrigen so ist $AD < AB + BD$ d. h. die Mittelkraft ist in diesem Falle immer kleiner als die Summe der beiden Seitenkräfte.

Da bei derselben Größe der Seiten **AB** und **AC** die Diagonale **AD** um so kleiner ausfällt, je stumpfer der Winkel **MAN** ist, so wirken auch zwei Kräfte zur Fortbewegung eines Körpers um so nachtheiliger, je größer der Winkel ist, welchen sie zusammen einschließen; umgekehrt wird die Wirkung um so vortheilhafter, je spitzer dieser Winkel ist; am vortheilhaftesten wird die Wirkung, wenn dieser Winkel verschwindet, die beiden Kräfte nämlich zusammenfallen, weil dann die Mittelkraft nicht mehr kleiner, sondern so groß wie die Summe der beiden Seitenkräfte ausfällt.

§. 17.

Wirken auf einen Punkt **A** drei Kräfte **AB**, **AC**, **AE** (Fig. 6), deren Größe durch die Längen der genannten Linien dargestellt sind und welche sämmtlich in einerlei Ebene (hier nämlich in jener des Papieres) liegen; so sucht man, um die Resultierende aus diesen Kräften zu finden, nach dem Verfahren des §. 15 zuerst für zwei dieser Kräfte z. B. für **AB** und **AC** die Mittelkraft **AF** und dann eben so zu den beiden Kräften **AF** und der dritten **AE** die Mittelkraft **AD**, welches sofort die gesuchte Resultierende aus den 3 Seitenkräften **AB**, **AC** und **AE** ist.

Da man nämlich die beiden ersteren Kräfte **AB** und **AC** durch ihre Mittelkraft **AF** ersetzen kann, so ist es eben so, als ob auf den Punkt **A** nur die zwei Kräfte **AF** und **AE** wirksam wären, deren Mittelkraft aber nach §. 15. die Diagonale **AD** ist.

§. 18.

Wirken auf einem Punkt beliebig viele Kräfte, so findet man ihre Mittelkraft durch Wiederholung des im vorigen

§. angegebenen Verfahrens; dabei können diese Kräfte in einer oder in verschiedenen Ebenen liegen, weil durch je zwei Kräfte immer eine Ebene gedacht werden kann.

Sucht man nämlich zuerst zur 1. und 2. Kraft die Mittelkraft, so liegt diese in der Ebene dieser beiden Kräfte; verbindet man diese gefundene Mittelkraft mit der 3. Seitenkraft, so liegt die daraus hervorgehende Mittelkraft wieder in der Ebene dieser beiden Kräfte u. s. w. Die auf diese Art gefundene vorletzte Mittelkraft, mit der letzten Seitenkraft verbunden, gibt die letzte Mittelkraft für die sämmtlichen Seitenkräfte. Die Ordnung, in welcher man die Seitenkräfte zusammensetzen will, ist dabei ganz willkürlich.

§. 19.

Stehen die auf einen frei beweglichen Punkt wirkenden Seitenkräfte untereinander im Gleichgewichte, so muß ihre Resultierende (§. 13) gleich Null sein. Findet dagegen das Gleichgewicht nicht statt, so lässt sich dieses dadurch herstellen, dass man noch eine neue Kraft hinzufügt, welche der Resultierenden aus den erstern Kräften gleich ist, und auf den beweglichen Punkt in einer dieser Resultierenden gerade entgegengesetzten Richtung wirkt.

Denn der Erfolg ist dann gerade so, als ob auf den beweglichen Punkt zwei gleiche entgegengesetzte Kräfte: die erwähnte Resultierende und die neue hinzugefügte Kraft wirksam wären, die sich also (§. 13) im Gleichgewichte halten.

§. 20.

Beispiel.

Da beim Läuten einer großen Thurmglocke, oder beim Heben des schweren eisernen Klotzes (Rambär genannt) **M** (Fig. 7) einer Schlag- oder Rammmaschine zum Einschlagen der Pfähle (Piloten) die hiezu nothwendige Anzahl von Menschen an dem Hauptzugseile nicht Platz hat, so werden an dieses Seil an einem passenden Punkt **A** mehrere Nebenleinen angeknüpft, und die Arbeiter daran im Kreise herumgestellt. Wenn nun z. B. 4 solche Leinen oder Schnüre

AB, **AD**, **Ab** und **Ad** vorhanden sind, und an jeder ein Arbeiter mit einer Kraft von 30 Pfund so zieht, daſs die betreffende Schnur mit dem Hauptseile **AC** einen Winkel von 30 Grad bildet; so ist die Frage, wie stark ein einziger Mensch an dem Hauptseile **AC** ziehen müßte, um dasselbe zu bewirken, was die 4 Arbeiter leisten?

Da die Mittelkraft aus zwei in einer Ebene liegenden Kräften wie **AB** und **Ab**, **AD** und **Ad** in die Linie **AC** fällt (weil der Winkel **BAb** durch die Mittelkraft in zwei gleiche Theile getheilt wird, §. 16, Zus. 1), und da man nach dem im §. 15 angegebenen Verfahren jede dieser beiden Mittelkräfte (eine aus **AB** und **Ab**, die andere aus **AD** und **Ad**) nahe gleich 52 Pfund findet; so folgt, daſs die aus den 4 Seitenkräften **AB**, **Ab**, **AD**, **Ad**, resultierende Mittelkraft eine Größe von $52 + 52 = 104$ Pfund hat, und in die Richtung von **AC** fällt; es würde also eine einzige am Hauptseile **AC** wirkende Kraft von 104 Pfund ganz dasselbe leisten, was die 4 genannten Seitenkräfte oder Arbeiter bewirken.

Könnten die 4 Arbeiter unmittelbar an dem Hauptseile nach der Richtung AC ziehen, so würden diese eine Kraft von 4 mal 30, d. i. von 120 Pfund ausüben, welche um 16 Pfd. größer als die vorige Mittelkraft ist, so, daſs also durch die schiefe Richtung der vier Zugleinen eine Kraft von 16 Pfund für den Effekt verloren geht. Noch größer wäre dieser Verlust, wenn die Winkel BAC u. s. w. größer als 30 Grad, also stumpfer würden; so fände man z. B. wenn diese Winkel statt 30, 45 Grad würden, die Mittelkraft aus 2 Seitenkräften, wie AB und Ab nicht ganz $42\frac{1}{2}$ Pfund, folglich die Mittelkraft aus allen 4 Seitenkräften noch unter 85 Pfund, so, daſs also bei dieser Richtung der Zugleinen ein Verlust an Kraft von mehr als $120 - 85 = 35$ Pfund entstehen würde.

§. 21.

Zerlegung der Kräfte.

So wie man mehrere Kräfte in eine einzige zusammensetzen kann, so kann man auch umgekehrt jede Kraft in mehrere auflösen oder zerlegen, weil man sich die erstere als aus diesen letzteren entstanden oder zusammengesetzt denken kann.

Soll z. B. die in **Fig. 5.** gegebene Kraft **AD** von **6** Pfund in 2 Seitenkräfte (auch gleichgeltende Kräfte genannt) nach den Richtungen **AN** und **AM** zerlegt werden, so darf man nur durch den Endpunkt **D** der Geraden **AD**, welche die gegebene Kraft vorstellen soll, zu diesen Richtungen die Parallelen **DC** und **DB** ziehen, d. h. das Parallelogramm **ABCD** konstruieren, um dadurch die Größe der beiden Seitenkräfte **AB** und **AC** zu erhalten, welche für die gegebene Kraft **AD** gesetzt werden können.

§. 22.

Die Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte muß in sehr vielen Fällen vorgenommen werden, um sich von der Wirkungsart der Kräfte oder der Größe und Richtung des Widerstandes, der unter gewissen Umständen überwunden werden muß, einen richtigen Begriff zu machen.

§. 23.

Beispiel.

Wird z. B. ein Schiff **RS** (**Fig. 8**) in einem Kanale oder in einem Flusse stromaufwärts gezogen, und ist **AN** die Richtung des in **A** auf dem Schiffe befestigten Zugseiles, an welchem die Pferde ziehen; so folgt bekanntlich das Schiff nicht der Zuglinie **AN**, sondern es geht in der Längenrichtung **RS** des Schiffes vorwärts. Um jedoch zu erfahren, mit welcher Kraft das Schiff eigentlich nach dieser Richtung gezogen wird, oder wie viel von der Zugkraft durch die schiefe Richtung des Zuges verloren geht, muß man diese Zugkraft in 2 Seitenkräfte zerlegen, wovon die eine eben nach **AS** und die andere nach **AB** darauf senkrecht wirkt.

Stellt nun **Ac** die Zugkraft der Pferde vor, d. h. schneidet man die Linie **Ac** dieser Kraft proporzional ab (§. 8) und

ergänzt durch diesen Punkt c das Parallelogramm **Aacb**, so stellt **Aa** die gesuchte Zugkraft in der Richtung **AS** und **Ab** jene **2.** Kraft vor, mit welcher das Schiff beständig gegen das Ufer **UV** gezogen wird, welche jedoch unwirksam bleibt, weil das an der Längenseite des Schiffes anliegende Wasser einen zu großen Widerstand leistet, als dass diese Bewegung stattfinden könnte.

Wäre z. B. die Zugkraft der Pferde nach **AN** gleich **600** Pfund und würden sich nach der erwähnten Konstrukzion die Linien **Ac** und **Aa** wie **3** zu **2** oder **6** zu **4** verhalten, so wäre die wirksame Zugkraft nach **AS** nur **400** Pfund (weil sich **600 : 400** ebenfalls wie **6 : 4** oder **3 : 2** verhält).

§. 24.

Kräfte, welche an den Endpunkten einer geraden Linie wirken.

Wirken zwei Kräfte, welche anstatt mit bestimmten Zahlen, ganz allgemein (um sie unbestimmt zu lassen) durch die Buchstaben **P** und **Q** bezeichnet werden können, an den Endpunkten **A** und **B** der Geraden **AB** (**Fig. 9**) nach solchen Richtungen, dass sie sich bei ihrer Verlängerung in einem Punkte **D** durchschneiden: so kann man sich, um dafür die Mittelkraft zu finden, die Angriffspunkte der beiden Kräfte **P** und **Q** (§. **9**, Zusatz) von **A** und **B** nach **D** verlegt denken, wodurch man wieder den im §. **15** behandelten Fall erhält. Schneidet man daher **Da** und **Db** den Kräften **P** und **Q** proporzional ab und konstruiert das Parallelogramm **adbD**, so stellt die Diagonale **Dd** die Mittelkraft aus den beiden Seitenkräften **P** und **Q** vor, welche gehörig verlängert die Gerade **AB** in jenem Punkte **C** schneidet, in welchem man sich diese nach **CR** wirkende Mittelkraft **R** = **Dd** denken muß, welche auf die bewegliche gerade Linie **AB** dieselbe Wirkung, wie die beiden in **A** und **B** angebrachten Seitenkräfte **P** und **Q**, hervorbringen würde.

Es ist leicht zu sehen, daſs dabei sowohl die 3 Kräfte P, Q und R, als auch die Gerade AB in ein und derselben Ebene liegen.

Ist z. B. P = 2 und Q = 3 Pfund, folglich Da = 2 und Db = 3 Linieneinheiten gemacht worden, und fände sich z. B. Dd = 4 solcher Einheiten, so wäre die Mittelkraft R = 4 Pfund. Eine in C angebrachte, nach der Richtung CD wirkende Kraft von 4 Pfund, würde demnach (§. 19) mit den beiden genannten an den Endpunkten der steifen Linie AB wirkenden Kräften im Gleichgewichte stehen.

§. 25.

Zieht man in der vorigen Figur aus dem Punkte d auf **AD** und **BD** die senkrechten Linien oder Perpendikel dm und dn, so sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke dam und dbn einander ähnlich (weil außer den rechten auch noch die Winkel mad und dbn, wovon jeder Winkel **ADB** ist, einander gleich sind, und es ist daher — wie aus der Geometrie bekannt — dm : dn = da : db, oder da da = Db = Q und db = Da = P ist, auch dm : dn = Q : P. Da ferner, wenn man aus dem Punkte C die Perpendikel CM und CN auf AD und BD fällt, auch CM : CN = dm : dn stattfindet, so ist auch (wenn man für dm : dn das vorige, diesem gleiche Verhältnis Q : P setzt) CM : CN = Q : P . . . (1

fällt man nämlich aus dem Angriffspunkte C oder überhaupt aus irgend einem Punkte (wie z. B. d) der Mittelkraft auf die Richtung der beiden Seitenkräfte die Perpendikel, so verhalten sich diese umgekehrt wie die Seitenkräfte.

So wäre für das vorige Beispiel von P = 2 und Q = 3 Pfund, sofort CM : CN = 3 : 2.

§. 26.

Da die Ableitung des vorigen Satzes von der Größe des Winkels **ADB**, unter welchem sich die beiden Kräfte P und Q (d. h. ihre Richtungen) schneiden, ganz unabhängig

ist, so behält er seine Giltigkeit auch noch für jenen Fall, in welchem diese beiden Kräfte wie in Fig. 10 mit einander parallel laufen; es ist nämlich auch hier, wenn MN auf den Richtungen beider Kräfte perpendikulär steht, und C der Angriffspunkt ihrer Mittelkraft ist, CM : CN = Q : P oder da wegen, Ähnlichkeit der beiden Dreiecke CBN und CAM (warum?) CM : CN = CA : CB stattfindet, auch CA : CB = Q : P... (2, woraus sich der Punkt C finden lässt, weil man die gegebene Gerade AB im Punkte C nur in diesem Verhältnisse theilen darf.

Da die Länge der Linie AB auf die Größe und Richtung der Mittelkraft keinen Einfluss haben kann, und für AB = O, d. i. wenn beide Punkte A und B zusammenfallen die Mittelkraft R der Summe der beiden Seitenkräfte gleich ist und mit diesen zusammenfällt (§. 10), so folgt, dass auch für jede Länge von AB die Mittelkraft R = P + Q sein und mit den Seitenkräften parallel laufen muß.

Zusatz. Aus dem eben Gesagten folgt von selbst auch die Auflösung der umgekehrten Aufgabe: eine Kraft R in zwei parallele Seitenkräfte P und Q zu zerlegen, wenn von einer dieser beiden Kräfte die Größe und der Angriffspunkt gegeben sind. Denn ist z. B. die Kraft P und ihr Angriffspunkt A gegeben, so hat man für die zweite Seitenkraft Q für ihre Größe die Relazion Q = R — P und zur Bestimmung ihres Angriffspunktes B die Proporzion Q : P = CA : CB folglich $CB = CA \frac{P}{R-P}$

Da man aus der Proporzion 2) auch jene CA : CA + CB = Q : Q + P, oder wegen CA + CB = AB, jene CA : AB = Q : Q + P erhält, so hat man zur Bestimmung des Punktes C noch einfacher $CA = AB \frac{Q}{P+Q}$ . . (3

Wäre z. B. P = 3 und Q = 5 Pfund, so wie AB = 4 Fuß, so müßte man nach der Proporz. 2) die Linie AB im Punkte C so theilen, dass CA : CB = 5 : 3 stattfindet oder nach Gleichung 3) $CA = 4 \times \frac{5}{3+5} = 4 \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$ Fuß abschneiden (wodurch $CB = 4 - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ Fuß wird) um den Angriffspunkt C der Resultierenden zu erhalten, welche die Größe von 3 + 5 = 8 Pfund hat, und in der Richtung der beiden Seitenkräfte wirkt. Eine an diesem Punkte C nach gerade entgegengesetzter

Richtung angebrachte Kraft von 8 Pfund würde mit diesen beiden Seitenkräften im Gleichgewichte stehen.

Sind die beiden Seitenkräfte P und Q einander gleich, so fällt der Punkt C in die Mitte von AB.

§. 27.

Wirken die beiden parallelen Kräfte P und Q (Fig. 11) nach entgegengesetzten Richtungen und ist z. B. $Q > P$, so kann man Q als eine Mittelkraft ansehen, und diese nach dem vorigen §. (Zusatz) in zwei parallele Seitenkräfte P und R zerlegen, welche beziehungsweise ihre Angriffspunkte in A und C der verlängerten Geraden AB haben. Um den Punkt C zu finden, ist nach der vorigen Proporzion 2) $AB : BC = R : P$ oder weil $Q = P + R$, daher $R = Q - P$ ist, auch $AB : BC = Q - P : P$, woraus $BC = AB \frac{P}{Q-P}$ (4 folgt und wodurch der Punkt C bestimmt ist.

Da nun nach dieser vorgenommenen Zerlegung der Kraft Q, auf die Gerade AC 3 Kräfte, nämlich jene P nach An, P nach Am und R nach Cr wirken, wovon sich die beiden ersteren aufheben oder im Gleichgewichte halten (§. 13), so bleibt nur noch die letztere $R = Q - P$ als Mittelkraft der beiden Seitenkräfte P und Q.

Wäre nicht Q, sondern P die größere Kraft, so würde der Angriffspunkt C der Mittelkraft $R = P - Q$ in der Verlängerung von B gegen A hinaus liegen, und dafür $AC = AB\frac{Q}{P-Q}$ sein.

Für den besonderen Fall von $P = Q$ wird sowohl BC als AC unendlich, zum Zeichen, dass in diesem Falle keine Mittelkraft existiert.

*

Zweites Kapitel.

Von dem statischen Momente.

§. 28.

Erklärung.

Nimmt man außerhalb der Richtung einer Kraft S (Fig. 12) irgend einen Punkt O an, und fällt aus diesem auf die Richtung der Kraft das Perpendikel OC, so heißt das Produkt aus der Größe der Kraft S in die Länge des Perpendikels OC = s (wenn man nämlich diese Länge mit s bezeichnet) d. i. Ss das statische Moment dieser Kraft in Beziehung auf den Punkt O, welcher (bei mehreren vorhandenen Kräften) Mittelpunkt der statischen Momente genannt wird.

§. 29.

Satz der statischen Momente.

Wirken auf einen Punkt D (Fig. 13) zwei Kräfte P und Q nach beliebigen Richtungen, und ist DR die Richtung ihrer Mittelkraft, so folgt nach dem Satze in §. 25, wenn man aus irgend einem Punkt O dieser Mittelkraft auf die beiden Seitenkräfte die Perpendikel Oa und Ob fällt, und Oa = p, Ob = q setzt, sofort P : Q = q : p oder Pp = Qq d. h. die statischen Momente der beiden Seitenkräfte sind einander gleich, wenn man den Mittelpunkt der Momente in der Richtung der Mittelkraft annimmt.

Stellt man sich vor, dass die beiden Seitenkräfte P und Q, an den Endpunkten a und b der gebrochenen Linie aOb, so wie eine der Mittelkraft gleiche Kraft im Punkte O nach der

Richtung OD angebracht sei, so wird (§. 19) diese Kraft mit den beiden erstern im Gleichgewichte stehen. Das Gleichgewicht wird aber auch noch bestehen, wenn man sich, anstatt dieser dritten Kraft, den Punkt O als einen festen Drehungspunkt vorstellt, welcher wohl eine Drehung der gebrochenen Linie aOb um denselben, jedoch keine Bewegung derselben nach der geraden Linie DR gestattet:

Wirken also an den Endpunkten a und b der um O drehbaren, gebrochenen Linie aOb zwei in der Ebene dieser Linie liegende Kräfte nach beliebigen Richtungen, so findet das Gleichgewicht (d. h. um diesen Punkt O keine Drehung) statt, wenn die auf diesen Punkt bezogenen statischen Momente der beiden Kräfte einander gleich sind; von diesen beiden Kräften sucht die eine Kraft die gebrochene Linie nach der einen, die andere dagegen nach der entgegengesetzten Richtung zu drehen.

§. 30.

Hat man wie in Fig. 14 anstatt zwei, drei Kräfte P, Q, R, welche an den Endpunkten a, b, c der drei mit einander fest verbundenen, und um den Punkt O drehbaren geraden Linien Oa, Ob, Oc, deren Längen durch p, q, r bezeichnet werden sollen, perpendikulär angebracht sind, und mit diesen drei geraden Linien in derselben Ebene liegen, wovon die beiden ersten diese Linien nach der einen, die dritte Kraft dagegen nach entgegengesetzter Richtung zu drehen streben; so kann man die Bedingung für das Gleichgewicht dadurch finden, dass man sich die Kraft R aus zwei Theilen z. B. $x + y$ bestehend denkt, wovon der eine Theil x mit der Kraft P und der andere y mit jener Q im Gleichgewichte steht.

Nach dem Satze des vorigen §. ist aber dafür $xr = Pp$ und $yr = Qq$, folglich wenn man diese Gleichungen addiert, $(x + y) r = Pp + Qq$ oder wegen $x + y = R$, auch

$Rr = Pp + Qq$, d. h. das statische Moment der Kraft R, welche die drei Linien p, q, r in der einen Richtung um den Punkt O drehen will, ist gleich der Summe der statischen Momente der beiden übrigen Kräfte P und Q, welche die Drehung in der entgegengesetzten Richtung bewirken wollen.

§. 31.

Auf die nämliche Art zeigt man, daſs bei vier Kräften P, Q, R, S, wovon z. B. die beiden ersten die vier auf ihre Richtungen gefällten Perpendikel p, q, r, s, (Fig. 14) um den Punkt O nach einer, und die beiden andern nach der entgegengesetzten Richtung zu drehen suchen, das Gleichgewicht nur bestehen kann, wenn die Gleichung $Pp + Qq = Rr + Ss$ stattfindet; da man diesen Satz auf jede beliebige Anzahl von Kräften, welche in ein und derselben Ebene liegen, ausdehnen kann, so kann man sagen, daſs diese Kräfte keine Drehung der Perpendikel p, q, r u. s. w., welche man sich mit einander fest verbunden, aber gleichzeitig um den in der Ebene der Kräfte angenommenen Mittelpunkt O der statischen Momente drehbar denkt, hervorbringen, oder, daſs das Gleichgewicht um diesen Punkt O besteht, wenn die Summe der statischen Momente jener Kräfte, welche diese Perpendikel oder Linien nach der einen Richtung drehen wollen, der Summe der statischen Momente der übrigen Kräfte, welche also die Linien nach der entgegengesetzten Richtung zu drehen suchen, gleich ist.

Zusatz. Da es dabei auf die Richtungen der Kräfte nicht ankommt, so können diese auch, wie in Fig. 15 untereinander parallel sein, in welchem Falle dann die genannten Perpendikel eine einzige gerade Linie bd ausmachen.

Drittes Kapitel.

Von dem Schwerpunkte und der Stabilität.

§. 32.

Erklärung.

Die Anziehung der Erde, Schwerkraft genannt, erstreckt sich mit ganz gleicher Stärke auf alle einzelnen auch noch so kleinen Theilchen oder materiellen Punkte der Körper, und zwar ohne Unterschied bezüglich des Stoffes, woraus diese bestehen. Stellt man sich daher vor, dass jeder Körper aus einer unendlichen Anzahl von materiellen Punkten besteht, so wirken auch auf diesen eben so viele anziehende Kräfte, wovon zwar jede unendlich klein ist, gleichwohl aber in ihrer Summe das Gewicht des Körpers ausmachen.

Derjenige Punkt nun, in welchem man den Körper unterstützen muß, damit er in jeder Lage ruhen kann, oder gegen das Fallen gesichert ist, heißt Schwerpunkt des Körpers; es ist derjenige Punkt, in welchem man sich das gesammte Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, oder auch der Angriffspunkt der Mittelkraft (deren Größe dem Gewichte des Körpers gleich ist) aus den erwähnten unzählig vielen, unendlich kleinen Kräften.

Obschon sich die Richtungen dieser einzelnen Anziehungskräfte im Mittelpunkte der Erde schneiden, so können diese doch wegen der geringen Ausdehnung der einzelnen Körper im Vergleiche mit dem bedeutend großen Erdhalbmesser als parallel angesehen werden, was auch bei Bestimmung der Schwerpunkte durchgehends geschieht.

§. 33.

Dass z. B. ein Stück Blei schwerer oder richtiger gesagt, gewichtiger als ein eben so großes Stück Holz ist, liegt nicht

darin, daß etwa das Blei stärker als das Holz von unserer Erde angezogen wird, sondern allein in dem Umstande, daß in einem bestimmten Volumen, z. B. in 1 Kubikzoll Blei mehr materielle Theilchen oder Punkte, d. i. mehr Masse als in 1 Kubikzoll Holz enthalten, also eine größere Anzahl von gleichen anziehenden Kräften, daher auch eine größere Mittelkraft (d. i. ein größeres Gewicht), vorhanden ist.

Würde z. B. ein Bleitheilchen eben so gut wie ein Holztheilchen mit $\frac{1}{1000}$ Loth angezogen, und befänden sich in 1 Kubikzoll Blei 12000 und in 1 Kubikzoll Holz nur 1000 solcher Theilchen, so müßte 1 Kubikzoll Blei 12 und 1 Kubikzoll Holz 1 Loth wiegen, also das Blei, wie man zu sagen pflegt, 12 Mal schwerer als Holz sein.

§. 34.

Dichte der Körper.

Betrachtet man die Masse (Summe der materiellen Theilchen) eines Körpers mit Rücksicht auf dessen Volumen, so erhält man einen Begriff von der Dichte dieses Körpers; enthält von zwei Körpern, welche ein gleiches Volumen besitzen, der eine z. B. doppelt so viel Masse als der andere, so sagt man, daß er noch einmal so dicht als der andere sei.

Nimmt man die Dichte des reinen Wassers (bei einer gewissen Temperatur) zur Einheit, setzt nämlich dessen Dichte $= 1$, so findet man die Dichte des Bleies nahe $= 11\frac{1}{2}$ oder 11·5, jene des Schmiedeeisens im Mittel $= 7\frac{4}{5}$ oder 7·8, die Dichte des Quecksilbers $= 13·6$, jene des Weingeistes $= \frac{4}{5}$ oder 0·8, jene des Baumöhles $= 0·9$ u. s. w.

Nimmt man dagegen zur Vergleichung der Luft- und Gasarten die Dichte der atmosfärischen Luft zur Einheit, so ist jene des kohlensauren Gases (jene Luftart, welche sich z. B. in den Kellern bei der Weingährung entwickelt, und beim Einathmen erstickend wirkt) $= 1\frac{1}{2}$ oder 1·5 (also schwerer als unsere Luft) jene der brennenden Luft (des Wasserstoffgases) $= \frac{1}{14} = 0·0713$ (also bedeutend leichter als die Luft) u. s w.

§. 35.

Spezifisches Gewicht.

Wird das Gewicht eines Körpers mit dem Gewichte eines gleichen Volumen destillierten Wassers, (welches man dabei zur Einheit nimmt) verglichen, so erhält man das sogenannte specifische Gewicht des Körpers. Ist nun z. B. das Blei $11\frac{1}{2}$mal dichter als Wasser (§. 34), so muß auch ein Stück Blei $11\frac{1}{2}$mal so viel Gewicht als ein gleich großes Volumen Wasser haben, da aber das Gewicht des Wassers = 1 gesetzt wird, so ist jenes des Bleies, nämlich dessen spezifisches Gewicht = $11\frac{1}{2}$ oder 11·5. Ist Weingeist nur $\frac{4}{5}$mal so dicht als Wasser, so ist auch das spezifische Gewicht des Weingeistes nur = $\frac{4}{5}$ oder = 0·8, so dass also auf diese Weise die Dichte und das spezifische Gewicht eines Körpers durch ein und die nämliche Zahl ausgedrückt wird.

Für feste und tropfbar flüssige Körper wird das Wasser und zwar bei 4 Grad des hunderttheiligen Thermometers, wobei es am dichtesten ist, für luft- und gasförmige Körper dagegen die atmosfärische Luft bei 0 Grad und 28 Par. Zoll Barometerstand, zur Einheit oder Vergleichung gewählt.

Die durch sorgfältige wiederholte Versuche für die spezifischen Gewichte der wichtigsten Körper gefundenen Zahlen pflegt man in eigenen Tabellen, wovon auch eine kleine am Ende des Buches (Tab. II.) angehängt ist, zusammen zu stellen, weil man davon einen sehr guten Gebrauch machen kann.

Weiß man z. B., dass 1 Kubikfuß Regen- oder destilliertes Wasser $56\frac{1}{2}$ Pfund wiegt, so kann man mit Hilfe dieser Zahlen auch das Gewicht von 1 Kubikfuß Eisen, Holz, Stein, u. s. w. berechnen; so wäre z. B. das absolute Gewicht von 1 Kubikfuß Blei, wenn dessen spezifisches Gewicht in der Tabelle mit 11·4 (d. i. $11\frac{4}{10}$) eingetragen ist, $11{\cdot}4 \times 56\frac{1}{2} = 644{\cdot}1$ Pfund; eine gusseiserne Kugel von z. B. $\frac{1}{10}$ Kubikfuß würde, wenn das spezifische Gewicht des Gusseisens mit 7·2 angegeben ist, ein Gewicht von $\frac{1}{10} \times 7{\cdot}2 \times 56\frac{1}{2} =$ 40·68 Pfund haben u. s. w.

§. 36.

Schwerpunkt der Linien.

Denkt man sich die Linien als etwas materielles, wie z. B. als sehr feine Drähte, bei denen nur die Längenausdehnung in Betracht kommt, so besitzen sie auch ein Gewicht und einen Schwerpunkt. Bei der theoretischen Bestimmung derselben wird immer vorausgesetzt, dass gleiche Längen der Linien auch ein gleiches Gewicht haben d. h. man nimmt an, dass sie homogen seien.

§. 37.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie AB (Fig. 16) liegt in ihrem Mittelpunkte O, weil O der Angriffspunkt der Mittelkraft aus je zwei gleichweit davon abstehenden Seitenkräften p, p (als Gewichte zweier gleicher materieller Punkte) ist, die hier als gleich und parallel anzunehmen sind.

Um den Schwerpunkt von dem Umfange eines Dreieckes ABC (Fig. 17) zu finden, dessen Seiten AB = a, BC = b und AC = c sind, darf man sich nur im Schwerpunkte d. i. im Halbierungspunkte einer jeden dieser drei geraden Linien, nämlich in n, m, r das ganze Gewicht der betreffenden Linien, (welche der Länge der Linie proporzional ist) vereinigt denken, oder in diesen Punkten 3 parallele Kräfte von den Größen a, b, c annehmen, und zu diesen die Mittelkraft oder vielmehr ihren Angriffspunkt suchen. Zieht man dazu die Gerade nm und theilt diese im Punkte s so, dass die Proporzion ms : ns = a : b stattfindet, so ist (§. 26, Prop. 2) s der Angriffspunkt für die Mittelkraft a + b aus den beiden Seitenkräften a und b. Zieht man hierauf die Gerade sr, so wirken an deren Endpunkten s und r die parallelen Kräfte a + b und c, wofür man den Angriffspunkt O ihrer Mittelkraft wieder durch die Theilung dieser Linie nach dem Verhältnis von rO : Os wie a + b : c erhält, und welcher Punkt O zugleich auch der gesuchte Schwerpunkt von dem Umfange des Dreieckes ABC ist.

Durch Fortsetzung dieses Verfahrens kann man auch den Schwerpunkt eines jeden ebenen Vieleckes finden.

§. 38.

Der Schwerpunkt eines Kreisbogens ADB (Fig. 18) liegt auf jenem Halbmesser CD, welcher den Bogen, folglich auch die zugehörige Sehne AB in zwei gleiche Theile theilt (und wie aus der Geometrie bekannt ist, auf dieser Sehne senkrecht steht), weil dieser Halbmesser den Bogen in zwei gleiche simmetrische Theile theilt.

Sowohl durch höhere Rechnung als auch durch Versuche, von denen weiter unten Erwähnung geschieht, findet man, dass, wenn O der Schwerpunkt des Bogens, und C der Mittelpunkt des Kreises ist, die Proporzion Bog. ADB : Sehne AB = CD : CO stattfindet, woraus CO (wodurch der Punkt O bestimmt ist) gefunden wird.

Dass der Schwerpunkt von der vollen Kreislinie wie überhaupt von jeder regelmäßigen Figur im Mittelpunkte liegt, versteht sich von selbst.

§. 39.

Schwerpunkt ebener Flächen.

Da man auch bei der Bestimmung der Schwerpunkte der Flächen voraussetzt, dass sie homogen seien, d. h. dass gleich große Flächen auch ein gleiches Gewicht haben, so folgt natürlich, dass der Schwerpunkt bei allen regelmäßigen Figuren (wie z. B. einer Kreisfläche, eines Quadrates, Rechteckes u. s. w.) mit dem Mittelpunkt der Figur zusammenfällt.

§. 40.

Schwerpunkt eines Dreieckes.

Denkt man sich die Dreiecksfläche ABC (Fig. 19) durch gerade Linien, welche mit der Seite AB parallel laufen

und einander sehr nahe liegen, in lauter sehr schmale Streifen getheilt, so kann man diese um so mehr als Rechtecke ansehen, je schmaler diese Streifen sind; theilt man ferner die Seite **AB** im Punkte **D** in zwei gleiche Theile, und verbindet diesen Punkt **D** mit der Spitze **C**, so werden durch diese Verbindungslinie **CD** alle zu **AB** gezogenen Parallelen, folglich auch die sämmtlichen schmalen Streifen, in zwei gleiche Theile getheilt, oder es geht diese Gerade **CD** (sobald man sich diese Streifen so schmal denkt, z. B. schmaler als die feinste Linie, daſs sie als Rechtecke angesehen werden können) durch den Schwerpunkt eines jeden dieser sehr schmalen Streifen, so daſs also auch der Schwerpunkt aller dieser Flächenelemente, mithin auch des Dreieckes selbst, in dieser geraden Linie **CD** liegt.

Da man auf die nämliche Art auch eine andere z. B. die Seite **BC** hätte wählen können, so muß, wenn **E** der Halbierungspunkt dieser Seite **BC** ist, und die Verbindungslinie **AE** gezogen wird, der Schwerpunkt des Dreieckes auch in dieser Geraden **AE** liegen; daraus folgt aber endlich, daſs der gesuchte Schwerpunkt des Dreieckes nur im Durchschnittspunkt **O** dieser beiden Geraden **CD** und **AE** liegen kann.

Es versteht sich von selbst, daſs, wenn man die dritte Seite **AC** halbieren und den Halbierungspunkt mit der Spitze **B** verbinden würde, diese Verbindungslinie ebenfalls durch diesen Punkt **O** gehen müßte.

Es läſst sich (aus den beiden ähnlichen Dreiecken **AOC** und **ODE**) zeigen, daſs $CO = \frac{2}{3}\ CD$, folglich $OD = \frac{1}{3}\ CD$ ist.

Da man jedes Vieleck in Dreiecke zerlegen kann, so läſst sich auch durch dasselbe Verfahren, nach welchem im §. 37 der Schwerpunkt von dem Umfange eines Dreieckes gefunden wurde, der Schwerpunkt der Fläche eines jeden Polygones bestimmen.

Auf ähnliche Weise und mit Hilfe der höhern Rechnung läſst sich auch der Schwerpunkt eines Kreissektors, Kreissegmentes und überhaupt von ebenen Flächen bestimmen, die gänzlich oder zum Theile von regelmäßigen krummen Linien begränzt werden.

§. 41.

Schwerpunkt von krummen Oberflächen.

Der Schwerpunkt einer vollen Kugelfläche (z. B. einer hohlen sehr dünnen Glaskugel) liegt im Mittelpunkt der Kugel, einer Cylinderfläche d. i. der Mantelfläche eines Cylinders, im Mittelpunkte der Achse des Cylinders u. s. w.

Um den Schwerpunkt einer Kegelfläche zu erhalten, darf man nur die Achse des Kegels in drei gleiche Theile theilen und den 2ten Theilungspunkt, von der Spitze des Kegels gegen die Grundfläche gezählt, nehmen.

§. 42.

Schwerpunkt von Körpern.

Bei regelmäßigen und homogenen Körpern, wie z. B. bei einer Kugel, einem Würfel u. s. w., liegt der Schwerpunkt wieder im Mittelpunkt des Körpers; bei einem Cylinder, regelmäßigen Prisma u. s. f. im Halbierungs- oder Mittelpunkte der Achse.

Der Schwerpunkt einer Piramide, wie z. B. jener ADC in Fig. 20, liegt in der geraden Linie nC, welche den Schwerpunkt n, der Grundfläche ABDE mit der Spitze C der Piramide verbindet, weil, wenn man sich die Piramide durch unendlich nahe liegende Ebenen parallel mit der Grundfläche AD zerschnitten denkt, die einzelnen Körperelemente als Prismen angesehen werden können, deren Schwerpunkte sämmtlich in dieser Verbindungslinie nC liegen. Verbindet man auf gleiche Weise den Schwerpunkt einer andern Fläche der Piramide mit der gegenüberliegenden Spitze, so enthält auch diese Verbindungslinie den Schwerpunkt der Piramide, so daſs dieser (auf ähnliche Weise, wie dieß beim Dreieck in §. 40 der Fall war) also im Durchschnitt dieser beiden Verbindungslinien liegen muß.

Ist O der Schwerpunkt in der zuerst genannten Verbindungslinie nC, so läſst sich zeigen, daſs $CO = \frac{3}{4}$ Cn und daher $On = \frac{1}{4}$ Cn ist.

Da man einen Kegel als eine regelmäßige Piramide von unendlich vielen Seiten ansehen kann, so wird auch der Schwerpunkt eines Kegels gefunden, wenn man dessen Achse in vier gleiche Theile theilt und den von der Spitze gegen die Basis gezählten dritten Theilungspunkt nimmt.

§. 43.

Bestimmung des Schwerpunktes auf praktische Weise.

Anstatt den Schwerpunkt eines Körpers durch Rechnung zu bestimmen, welche ohnehin immer voraussetzt, daſs der Körper regelmäßig und homogen sei, was selten der Fall ist, so kann man diesen durch Versuche auf folgende Weise finden.

Hängt man nähmlich einen Körper (er mag regelmäßig oder unregelmäßig, homogen oder nicht homogen sein) **M** (Fig. 21) an einen Faden **Aa** auf, und wartet, bis er zur Ruhe gekommen ist, so muß der Schwerpunkt **O** des Körpers (weil dieß der Angriffspunkt der Mittelkraft, die dem Gewichte des Körpers gleich ist) in der Verlängerung des Fadens **Aa**, welche dabei eine vertikale Richtung erhält, liegen; denkt man sich daher den Faden in das Innere des Körpers verlängert, so geht derselbe durch den Schwerpunkt des Körpers.

Hängt man ferner den Körper an einem andern Punkte **b**, welcher jedoch nicht in der Verlängerung der ersten Fadenrichtung **AO** liegen darf, abermals auf, so muß auch, sobald der Körper zur Ruhe gekommen ist, die Verlängerung des Fadens **Bb** durch den Schwerpunkt des Körpers gehen, so, daſs dieser also im Durchschnitte **O** dieser beiden verlängerten Linien **Aa** und **Bb** liegt.

Schiebt man den Körper auf einer Schneide oder scharfen Kante, wie z. B. einem dreiseitigen Prisma, so lange hin und her, bis er darauf ruhig liegen bleibt, so ist dieß ein Beweis, daſs der Schwer-

punkt des Körpers unterstützt ist, woraus wieder weiter folgt, daſs eine durch diese scharfe Kante gelegte oder gedachte vertikale Ebene durch diesen Schwerpunkt gehen muß. Bringt man daher diesen Körper allmählich in 3 verschiedenen Lagen auf dieser Kante oder Unterlage zur Ruhe, so schneiden sich auch diese so gedachten drei vertikale Ebenen in dem gesuchten Schwerpunkt des Körpers.

§. 44.

Stabilität oder Standfähigkeit der Körper.

Obschon kein Körper fallen kann, wenn dessen Schwerpunkt lothrecht unterstützt ist, so findet dennoch hinsichtlich der Sicherheit, mit welcher ein Körper auf einer horizontalen Unterlage steht, oder gegen das Umfallen geschützt ist, ein bedeutender Unterschied statt.

So liegt es z. B. wohl in der Möglichkeit, die Piramide in Fig. 20 auf einer horizontalen Unterlage auf die Spitze C zu stellen (dazu ist nur erforderlich, die durch die Spitze und den Schwerpunkt O gehende gerade Linie CO genau in die lothrechte oder vertikale Richtung zu bringen), allein die Piramide würde in dieser Stellung schon durch die allerkleinste Kraft umgeworfen werden, während sie auf ihre Grundfläche AD gestellt, dem Umfallen einen bedeutenden Widerstand entgegensetzt.

§. 45.

Ist von irgend einem, auf einer horizontalen Unterlage ruhenden Körper, z. B. von der Piramide ADC (Fig. 20) Q das Gewicht und O der Schwerpunkt, wirkt ferner durch diesen Punkt und zwar in einer auf die Seite BD senkrechten Ebene eine horizontale Kraft S; so hat diese, vorausgesetzt, daſs der Körper auf seiner Unterlage nicht fortgleiten kann, das Bestreben denselben um die Seite oder Kante BD umzuwerfen (umzukippen).

Da man sich das Gewicht Q des Körpers im Schwerpunkte vereinigt denken, also vorstellen kann, dass im Punkte O die Kraft Q nach lothrechter Richtung wirkt, so bringen die beiden auf diesen Punkt O wirkenden Kräfte Q und S (welche in der erwähnten Ebene liegen) eine Mittelkraft P hervor, welche die Gerade nF, entweder zwischen n und F, oder außerhalb F d. i. in der Verlängerung von nF oder im Punkte F selbst schneidet; im ersten Falle kann die Kraft S den Körper nicht umwerfen, im zweiten fällt er um und im dritten Fall steht die Kraft S mit der Standfähigkeit des Körpers gerade im Gleichgewichte, und es bildet in diesem Falle die Kraft S das Maß der Stabilität des Körpers.

Zieht man nun in diesem Falle aus dem Punkte F auf die Kräfte S und Q die senkrechten Linien Fm und Fn, so ist nach §. 25 $Fm : Fn = Q : S$ oder wegen $Fm = On$ auch $On : Fn = Q : S$, aus welcher Proporzion 1) $S = \frac{Q.Fn}{On}$ folgt.

§. 46.

Da nun, wie diese Formel 1) zeigt, S oder das Maß der Stabilität größer wird, wenn Q zunimmt, Fn zunimmt und On abnimmt, so folgt, dass der Körper um so sicherer steht; 1. je größer das Gewicht Q des Körpers ist, 2. je größer der Abstand Fn des Durchschnittspunktes n (der durch den Schwerpunkt gehenden lothrechten Linien mit der Basis) von der Kante BD, um welche das Umwerfen stattfinden soll, ist und 3. je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Aus dem ersten Grunde steht z. B. ein bleierner Cylinder fester als ein gleich großer hölzerner, oder fällt ein mit Heu beladener Wagen leichter um, als wenn er bis auf dieselbe Höhe z. B. mit Steinen beladen ist; aus dem zweiten Grunde gibt man einem Leuchter, einer Lampe u. dgl. einen breiten Fuß, aus demselben Grunde spreizt ein Mensch, wenn er besonders fest stehen will, die Füße weit auseinander; aus dem dritten Grunde endlich, gießt man öfter den Fuß einer hohen Lampe mit Blei aus, beladet man die-

Wägen und Schiffe in der Art, dass die schweren Gegenstände unten, die leichtern oben auf zu liegen kommen; aus demselben Grunde wird man in einem kleinen, schwankenden Kahne in der liegenden oder sitzenden Stellung sicherer als in der stehenden fahren u. s. w.

Jeder Körper muß umfallen, sobald er in eine Lage kommt, in welcher sein Schwerpunkt nicht mehr unterstützt ist. Auf dieser Eigenschaft beruhen alle unsere Bewegungen beim Gehen, Tragen von Lasten, Aufstehen von einem Sitze u. s. w., so wie in einem noch höhern Grade jene der Äquiliberisten, Seiltänzer und Kunstreiter.

§. 47.

Sicheres und unsicheres Gleichgewicht.

Eine an einem Drahte befestigte Kugel, z. B. dessen Richtung durch den Mittelpunkt der Kugel geht, kann ruhen oder im Gleichgewichte sein, indem man 1. die Kugel an diesem Drahte frei oder beweglich aufhängt, wobei der Draht, wie der Faden bei einem Bleiloth die vertikale Richtung annimmt, der Schwerpunkt der Kugel also lothrecht unter dem Aufhängpunkt liegt, oder 2. den Draht auf diesen Nagel oder Aufhängpunkt aufstützt und wieder in die vertikale Richtung bringt, wodurch der Schwerpunkt der Kugel lothrecht über den Stützpunkt zu liegen kommt. Stört man nun in diesen beiden Fällen das Gleichgewicht, so muß der Schwerpunkt der Kugel oder überhaupt des Körpers im ersten Falle steigen und im letzteren fallen; die Kugel wird im ersten Falle nach einigen Schwankungen ihre vorige Lage wieder annehmen und ins Gleichgewicht kommen, im zweiten Falle dagegen noch weiter herabfallen, und erst dann zur Ruhe kommen, wenn der Schwerpunkt die tiefste Lage angenommen hat, die er unter den gegebenen Umständen annehmen kann. Aus diesem Grunde wird das erwähnte Gleichgewicht im ersten Falle das sichere und im letztern das unsichere genannt.

Viertes Kapitel.

Von dem Gleichgewichte bei Maschinen.

§. 48.

Erklärung.

Unter einer Maschine versteht man im allgemeinen jede Vorrichtung, welche so beschaffen ist, dass man dabei durch Anwendung irgend einer Kraft, entweder einen größeren Widerstand überwinden kann, als es ohne diese Vorrichtung möglich wäre, oder auch diesen Widerstand an einem Punkt zu überwinden vermag, welcher außerhalb der Richtung dieser Kraft liegt. Man kann übrigens keine scharfe Gränzlinie zwischen Maschinen und gewissen Werkzeugen und Instrumenten ziehen, und muß sich dabei mit nach dem Sprachgebrauche richten.

Bei jeder größern oder zusammengesetzten Maschine kommen einzelne Bestandtheile vor, welche nach dieser Erklärung selbst wieder als Maschinen angesehen werden können, aber so einfach sind, dass sie sich nicht weiter zerlegen lassen; man nennt diese letzteren daher einfache Maschinen, zum Unterschiede der erwähnten zusammengesetzten Maschinen.

Obschon sich streng genommen alle einfachen Maschinen auf zwei, nämlich den Hebel und die schiefe Ebene zurückführen lassen, so nimmt und behandelt man doch für gewöhnlich 6 solche Maschinen, nämlich den Hebel, die Rolle, das Rad an der Welle, die schiefe Ebene, den Keil und die Schraube.

Der Hebel.

§. 49.

Erklärung.

Jede gerade oder krumme Stange, welche sich um einen Polen oder eine Widerlage bewegen läßt, und auf welche eine

oder mehrere Kräfte zur Hebung einer Last oder Überwindung irgend eines Widerstandes wirken, wird ein *physischer Hebel* genannt; lässt man dabei das Gewicht der Stange außer Acht und betrachtet überhaupt nur ihre Längenausdehnung, die man sich durch eine gerade, gebrochene oder krumme, steife, gewichtslose Linie vorstellen kann, so erhält man den sogenannten *mathematischen Hebel*. Da sich die für den mathematischen Hebel geltenden Eigenschaften leicht auf den physischen übertragen lassen, so werden zuerst die Gesetze des mathematischen Hebels entwickelt. Man nimmt dabei immer an, dass er sammt den auf ihn wirkenden Kräften in ein und derselben Ebene liege und seine Bewegung auch in dieser Ebene stattfinde. Der Punkt, um welchen er sich dreht, heißt *Stütz- oder Drehungspunkt*, die Punkte, an welchen die Kraft und die Last oder der Widerstand wirken, heißen beziehungsweise *Angriffspunkte der Kraft und der Last*; in den folgenden Untersuchungen wird der Allgemeinheit wegen die Kraft immer durch **P** und die Last mit **Q**, der Angriffspunkt der Kraft mit **A** und jener der Last mit **B**, so wie der Drehungspunkt durch **C** bezeichnet werden.

Liegt der Drehungspunkt **C**, wie in **Fig. 22**, zwischen den Angriffspunkten der Kraft und Last, so wird der Hebel ein *doppelarmiger*, sonst aber wie in **Fig. 23** und **Fig. 24** ein *einarmiger* Hebel genannt, und zwar heißt er dabei auch noch Hebel der 2. oder 3. Art, je nachdem, wie in **Fig. 23** der Angriffspunkt **B** der Last zwischen **A** und **C** oder wie in **Fig. 24** der Angriffspunkt **A** der Kraft zwischen **B** und **C**, liegt, während der doppelarmige Hebel wohl auch Hebel der 1. Art genannt wird.

Der Hebel kann außerdem *geradlinig*, wie in **Fig. 22** oder *krummlinig*, wie in **Fig. 22a** sein; hat er die Form wie in **Fig. 22b**, oder **Fig. 26**. so heißt er *Winkelhebel*.

§. 50.

Gleichgewichtsbedingungen für den mathematischen Hebel.

Sollen die beiden auf den Hebel AB (Fig. 25) wirkenden Kräfte P und Q, wovon die eine, z. B. die letztere, die zu überwindende Last vorstellen kann, im Gleichgewichte stehen, so muß ihre Mittelkraft nothwendigerweise durch den festen Stütz- oder Drehungspunkt C gehen. Zieht man daher aus diesem Punkte C auf die Richtungen dieser Kräfte P und Q die Senkrechten Ca und Cb, so muß, nach §. 25 die Proporzion P:Q=Cb:Ca oder wenn man Ca=p und Cb=q setzt, P:Q=q:p stattfinden, woraus durch das Produkt der äußern und mittlern Glieder auch die Gleichung Pp=Qq, nämlich, übereinstimmend mit §. 29, der Satz folgt, dass für das Gleichgewicht, die auf den Drehungspunkt bezogenen statischen Momente der beiden Kräfte einander gleich sein müßen.

Zusatz 1. Sind beide Kräfte P und Q, wie in Fig. 22 auf dem Hebel senkrecht oder auch nur zu einander parallel, so verwandelt sich die vorige Proporzion in die folgende P:Q=CB:CA, d. h. die Kräfte verhalten sich verkehrt wie die Abstände ihrer Angriffspunkte vom Drehungspunkt oder umgekehrt wie ihre Hebelsarme, oder es verhält sich auch, wenn man P als die eigentliche Kraft und Q als die Last ansieht, die Kraft zur Last wie der Abstand der Last zum Abstand der Kraft vom Drehungspunkt.

Zusatz 2. Zufolge des Satzes im §. 30, gilt die obige Proporzion oder der vorige Satz nicht bloß für den Hebel der 1., sondern auch für jenen der 2. und 3. Art, so wie auch für den Winkelhebel so, dass also z. B. für das Gleichgewicht am Hebel in Fig. 23 wieder P:Q=CB:CA und in jenen der Figuren 22 a, 22 b und 26, P:Q=Cb:Ca stattfindet.

Zusatz 3. Wirken die Kräfte P und Q senkrecht auf den Hebel, so ist der senkrechte Druck auf oder gegen den Stützpunkt C beim Hebel der 1. Art $= P+Q$, beim Hebel der 2. Art $= Q-P$ und beim Hebel der 3. Art $= P-Q$.

§. 51.

Wird das bei einem Hebel, z. B. in jenem Fig. 22, zwischen Kraft und Last bestehende Gleichgewicht gestört, so beschreiben die beiden Angriffspunkte A und B gleichzeitig Kreisbögen Aa und Bb, die sich (wie aus der Geometrie bekannt) wie die Abstände CA und CB verhalten. Setzt man also die Länge dieser Bögen $Aa = S$ und $Bb = s$, so sind S und s die Wege, welche von der Kraft und Last gleichzeitig zurückgelegt werden, und es ist $S:s = CA:CB$, oder da aus der obigen Proporzion (im Zusatz 1) $CA:CB = Q:P$ folgt, auch $S:s = Q:P$, oder $SP = sQ$, so, dass sich also **der Weg der Kraft zu jenem der Last, wie die Last zur Kraft verhält, oder das Produkt aus der Kraft in ihren Weg jenem aus der Last in ihren Weg gleich ist.**

Ist also z. B. AC 10mal so groß als BC, so steht eine Kraft von $P = 1$ Pfund mit einer Last von $Q = 10$ Pfund im Gleichgewicht, weil dafür sowohl P.AC als auch Q.BC gleich groß, d. i. $= 10$ wird, oder die Proporzion $P:Q = BC:AC = 1:10$ stattfindet; soll jedoch diese Last bewegt oder gehoben werden, so muß dafür der Weg der Kraft S 10mal so groß als jener der Last s sein, weil $S:s = Q:P = 10:1$ sein soll; es muß demnach bei der Bewegung durch den Weg wieder ersetzt werden, was an Kraft erspart wurde, kann nämlich die Kraft der 10. Theil von der Last sein, so muß dafür ihr Weg 10 mal so groß als jener der Last werden und umgekehrt.

Da bei dem Hebel der 2. Art (wegen $p > q$) die Kraft P für das Gleichgewicht kleiner als die Last Q ist, so ist dafür der Weg S größer als jener der Last s; während beim Hebel der dritten Art das Umgekehrte, nämlich $P > Q$ und $S < s$ stattfindet.

Beispiele.

1. Um mittelst des gebogenen Hebels ACB (Fig. 22a) die Last Q zu heben und zu nissen, welche Kraft P in A dazu erforderlich ist, muß man durch B und A lothrechte Linien und darauf durch den Drehungspunkt C die Senkrechte ab ziehen und die Stücke aC und

bC messen; ist nun z. B. aC=6 und bC = 4 Zoll, so wie Q=60 Pfund, so ist P:60=4:6 oder wie 2:3, folglich ist $P = \frac{2}{3} . 60 =$ 40 Pfund. Soll aber die Last um 2 Zoll gehoben werden, so muß der Punkt A um 3 Zoll niedergedrückt werden.

2. Hängen an den Endpunkten A und B eines 8 Fuß langen Hebels AB (Fig. 22) zwei Gewichte und zwar in A von 6 und in B von 10 Pfund, so findet man den Unterstützungspunkt C für das Gleichgewicht aus der Proporzion BC : AC = 6 : 10 = 3 : 5, woraus folgt, dafs dieser Punkt C von A um 5, also von B um 3 Fuß abstehen muß, (auch ist dann, wie es sein soll 5.6=3.10). Die Stütze hat natürlich einen Druck von 6+10=16 Pfund auszuhalten (da nämlich der Hebel selbst immer noch als gewichtlos betrachtet wird.

3. Um den Druck zu finden, welchen die beiden Stützen A und B des darauf liegenden horizontalen Hebels AB (Fig. 27) erleiden, wenn auf diesem eine Last Q, deren Schwerpunkt in O ist, liegt, darf man nur, um den Druck auf A zu bestimmen, die Kraft suchen, welche auf den um B drehbar gedachten Hebel in A aufwärts wirken müßte, um mit der in D wirkenden Last Q im Gleichgewichte zu stehen; heißt diese Kraft x, so ist AB:DB=Q:x, woraus x, also auch der Druck auf die Stütze A gefunden werden kann, wenn AB, DB und Q in Zahlen gegeben sind. Ist z. B. AD=4, BD=2, also AB=6 Fuß und Q=120 Pfund, so ist 6:2=120:x, woraus x=40 Pfund folgt. Auf die nämliche Art erhält man den Druck y auf die Stütze B (wenn man sich den Hebel AB um A drehbar und y in B angebracht denkt) aus der Proporzion 6:4 = 120:y, woraus y = 80 Pfund folgt, und was, wie es sein soll, x + y = Q = 120 Pfund gibt.

§. 52.

Physischer Hebel.

Da sich der physische Hebel von dem mathematischen nur dadurch unterscheidet, dafs bei dem ersten statt einer gewichtlosen Linie eine schwere, materielle Stange AB (Fig. 28) vorhanden ist, so ändern sich die für den mathematischen Hebel geltenden Gesetze nur in so weit, als man das Gewicht des Hebels als eine im Schwerpunkt angebrachte Kraft anzusehen hat, welche zu den vorigen Kräften noch hinzukommt.

Ist nämlich O der Schwerpunkt des Hebels AB (Fig. 29) und G dessen Gewicht, so ist es, wenn man durch O die Gerade AB zieht, gerade so, als ob an dem mathematischen Hebel AB, dessen Drehungspunkt C ist, im Punkte B die Last Q, in O die Last oder Kraft G, und in A die Kraft P wirke. Bezieht

man daher die statischen Momente auf den Drehungspunkt C, so ist nach dem Satze im §. 31, weil die Kraft Q den Hebel nach einer, die Kräfte P und G dagegen denselben nach der andern Seite drehen wollen, Q.BC = G.OC + P.AC.

Ist z. B. BC = 6 Zoll, OC = 1 und AC = 6 Fuß, ferner Q = 500 und G = 22 Pfund, so findet man die für das Gleichgewicht nöthige Kraft P = 38 Pfund, weil dafür die vorige Gleichung erfüllt wird, indem (man muß bei solchen Rechnungen entweder durchaus Fuß oder Zolle haben, also im ersten Falle statt 6 Zoll ½ Fuß setzen) $500 \times \frac{1}{2} = 22 \times 1 + 38 \times 6 = 250$ ist.

Der Hebel kommt nicht nur in den Künsten und Handwerken, sondern auch im gewöhnlichen Leben unter tausenderlei Formen vor. Um davon nur einige Fälle anzuführen, so gehören der Hebebaum, die Brechstange oder der Geißfuß, die Wage, Schere, Beißzange u. s. w. zum Hebel der 1. Art; der Schubkarren, die Scheibtruhe, Blechscheere, das Ruder, die Limonienpresse u. s. w. zum Hebel der 2. Art; wie die Schaufel, Sense, Zucker- und Feuerzange, der Tritt am Spinnrad oder Schleifstein u. s. w. zum Hebel der 3. Art.

§. 53.

Die gemeine Wage.

Die gemeine oder sogenannte Krämerwage besteht aus einem Hebel AB (Fig. 30) der 1. Art, von gleichen Armen AC, BC, nämlich dem **Wagbalken**, welcher sich um C drehen kann, und an dessen Endpunkten A und B die Schalen M, N mittelst Schnüren oder Drähten aufgehängt sind, wovon die eine, z. B. M die abzuwägende Waare, und die andere, N das bekannte oder zimentierte Gewicht aufnimmt. Senkrecht auf der Verbindungslinie AB wird in der Mitte ein Draht oder Stängelchen CK, die sogenannte **Zunge** befestigt, welche, sobald sie vertikal steht, anzeigt, daß der Balken eine horizontale Lage angenommen hat.

Soll das in die Schale N zu legende Gewicht G genau so viel als jenes der abzuwägenden Waare W in der Schale M betragen, so müßen auch die Hebelsarme AC und BC genau

gleich lang sein, weil nur dann, wie es das Gleichgewicht verlangt, die statischen Momente G.AC und W.BC einander gleich sein können.

Da man ferner verlangt, dass sich der Wagbalken, sobald das Gleichgewicht eingetreten (also W = G) ist, horizontal stellt, und wenn diese Lage gestört wird, sich dieselbe nach einigen Schwankungen wieder herstellen soll; so darf der Wagbalken weder im Schwerpunkte selbst noch unter demselben, sondern er muß etwas über diesem Punkte aufgehängt werden, weil die Wage im ersten Falle bei jeder Lage des Balkens stehen bleiben kann, und im 2. Falle, sobald das unsichere Gleichgewicht (§. 47) im Geringsten gestört wird, der Balken umschlagen würde.

Soll die Wage empfindlich sein, so muß sie einen möglichst langen und leichten Wagbalken, und zugleich am Drehungspunkt nur eine geringe Reibung haben.

§. 54.

Die Schnellwage.

Die Schnellwage (auch römische Wage genannt) unterscheidet sich von der gemeinen Wage hauptsächlich dadurch, dass ihre beiden Arme BC und AC (Fig. 31) ungleich sind, und dass man das Gleichgewicht mit der am Endpunkt B des kürzern Armes aufgehängten und abzuwägenden Waare durch ein einziges Gewicht, das sogenannte Laufgewicht, welches auf dem längern Arm AC hin und her geschoben wird, herstellt.

Ist O der Schwerpunkt der leeren Wage, d. h. des Balkens sammt Gehänge und G ihr Gewicht, so wie P jenes des Laufgewichtes, so muß, wenn das Gewicht der in B aufgehängten Waare W heißt und das Laufgewicht zur Herstellung des Gleichgewichtes auf den Punkt M geschoben werden muß, nach §. 31 die Gleichung W.BC = P. CM + G. CO bestehen, woraus sich der Abstand CM berechnen lässt. Es ist jedoch einfacher die Eintheilung des Armes AC praktisch dadurch zu bewerkstelligen, dass man an den Aufhängpunkt B nach und nach bekannte Gewichte z. B. 1. 2, 3.... Pfunde anhängt, und das Laufgewicht jedesmal gegen A so weit hinausschiebt, bis das Gleichgewicht hergestellt ist, die betreffenden Punkte wie M,M' u. s. w. markiert und mit den entsprechenden Zahlen bezeichnet, so, dass wenn z. B. das Laufgewicht bei seinem Stande in M mit einem in B aufgehängten Gewichte von 10 Pfund im Gleichgewichte steht, zu diesem Punkte oder Theilstrich M die Zahl 10, welche Pfunde bedeutet, gesetzt wird.

Die Rolle.

§. 55.

Erklärung.

Eine um ihre Achse C (Fig. 32) drehbare kreisrunde Scheibe, welche an ihrem Umfange mit einer Rinne oder Hohlkehle zur Aufnahme einer Schnur oder Kette versehen ist, heißt Rolle und zwar eine feste, wenn die Rolle nur eine drehende Bewegung um ihre Achse annehmen kann, dagegen eine bewegliche, wenn sie nebst dieser drehenden auch noch sammt der Umdrehungsachse eine fortschreitende Bewegung annimmt.

§ 56.

Gleichgewicht bei der festen Rolle.

Wirken an den Endpunkten einer um einen beliebigen Bogen AaB dieser Rolle gelegten Schnur die Kräfte P und Q, wovon die letztere wieder die Last vorstellen kann, und zieht man an die Punkte A und B die Halbmesser CA und CB, so werden diese auf den Richtungen der Schnurtheile AP und BQ, weil sie als Tangenten anzusehen sind, senkrecht stehen, und man kann sich ACB als einen um C drehbaren Winkelhebel (§. 49) vorstellen, auf welchen die Kräfte P und Q senkrecht wirken. Für das Gleichgewicht ist aber (§. 50, Zusatz 2) $P:Q=BC:AC$ und da (als Halbmesser desselben Kreises) $BC=AC$ ist, so muß auch $P=Q$ sein, d. h. **bei der festen Rolle sind, im Stande des Gleichgewichtes, Kraft und Last einander gleich.**

Da man bei der festen Rolle weder an Kraft noch an Weg (weil hier bei einer Bewegung der Rolle der Weg der Kraft jenem der Last gleich ist) gewinnen kann, so wird diese Rolle nur dazu benützt, um der Kraft ohne Veränderung ihrer Größe eine andere Richtung zu geben. So kann man z. B. eine an einem Seile hängende Last Q

(Fig. 32 a) aus einem vertikalen Brunnen oder Schachte mittelst einer horizontal wirkenden Zugkraft P heraufschaffen, wenn man das Seil über eine solche Rolle C gehen läßt.

§. 57.

Gleichgewicht bei der beweglichen Rolle.

Wird die Rolle C in Fig. 33, welche sich in der Scheere oder dem Bügel Ca um ihre Achse C drehen kann, auf die in D befestigte und durch eine Kraft P in der Richtung AP gezogene Kraft so gelegt, daß die Schnur von der Rolle den Bogen BaA umfasst, worauf die beiden Schnurstücke BD und AP wieder als Tangenten in den Punkten B und A erscheinen, so wird beim Anziehen der Kraft P die Rolle (während sie sich gleichzeitig um ihre Achse dreht) sammt der in den Bügel eingehängten Last gehoben.

Ist nun das Gewicht der Rolle sammt der an dem Bügel hängenden Last zusammen $=Q$, so muß für das Gleichgewicht, da man den festen Nagel D durch eine nach der Richtung BD wirkende Kraft ersetzen kann, welche (voriger §) der Kraft P gleich ist, die Mittelkraft aus diesen beiden gleichen Kräften P, P (Fig. 33 a), deren Richtungen man bis zu ihrem Durchschnitt E verlängern kann, durch die Achse C gehen, und die Größe Q haben. Macht man daher $En=Q$ und konstruiert das Parallelogramm, so ist $Ea=Eb=P$, daher $P:Q=Ea:En$, oder da wegen Ähnlichkeit der Dreiecke anE und ABC (indem die Seiten wechselweise aufeinander senkrecht stehen) die Proporzion $Ea:En=CB:AB$ stattfindet, auch $P:Q=CB:AB$, d. h. es verhält sich die Kraft zur Last wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne des von der Schnur umfassten Bogens.

§. 58.

Laufen die beiden Schnurstücke, wie in Fig. 34 mit einander parallel, so stellt sich das vorige Verhältnis für die

Kraft am vortheilhaftesten, indem dann die Sehne AB am größten und zwar gleich dem Durchmesser 2CA wird; es ist dann (vorige Proporzion) P:Q=CA:2CA d. i. P:Q=1:2, folglich $P=\frac{1}{2}Q$, was schon daraus hervorgeht, dass die Last Q an zwei gleich stark gespannten Schnüren oder Schnurstücken hängt, wovon also jedes die halbe Last trägt; die eine Hälfte davon trägt der Nagel, die andere die Kraft P.

§. 59.

Wird das Gleichgewicht in diesem letztern Falle gestört und tritt Bewegung ein, so ist der Weg der Kraft, wenn man diesen wie beim Hebel mit S bezeichnet, doppelt so groß als jener s der Last; denn soll die Rolle sammt der daran hängenden Last z. B. um 1 Zoll gehoben werden, so muß auch jedes der beiden Schnurstücke um eben so viel verkürzt, oder da das eine Ende in D fest ist, das andere Ende, woran die Kraft P wirkt, um das doppelte, d. i. um 2 Zoll angezogen oder gehoben werden; dieß gibt also gerade so wie beim Hebel (§. 51) die Proporzion (wegen $P=\frac{1}{2}Q$ und $s=\frac{1}{2}S$) P:Q=s:S oder die Gleichung PS=Qs.

Der Rollenzug (als zusammengesetzte Maschine.)

§. 60.

Erklärung.

Der Rollenzug ist eine zusammengesetzte Maschine, welche aus mehreren beweglichen, und gewöhnlich noch einer festen Rolle in der Art besteht, dass die in a (Fig. 35) befestigte Schnur um die bewegliche, die Last tragende Rolle N geführt, wieder als Last an eine zweite solche Rolle N' befestigt wird, die auf dieselbe Art von einer zweiten in b befestigten

Schnur getragen wird u. s. w. fort; die letzte Schnur, wie hier in der Figur die zweite, lässt man gewöhnlich noch über eine feste Rolle **M** gehen, um die Kraft **P** anstatt aufwärts abwärts wirken zu lassen.

§. 61.

Gleichgewichtsbedingung.

Lässt man das eigene Gewicht der Rollen als gegen die Last Q zu unbedeutend außer Acht, wodurch die Rechnung einfacher wird, so hängt nach §. 58 an der zweiten beweglichen Rolle **N'** die halbe Last d. i. $\frac{1}{2}$Q (während die andere Hälfte von dem Nagel a getragen wird), und es ist daher zur Herstellung des Gleichgewichtes an der zweiten Schnur eine Kraft r nothwendig, die wieder die Hälfte von $\frac{1}{2}$Q (da die andere Hälfte von dem Nagel b getragen wird) also $\frac{1}{4}$Q beträgt; lässt man diese Schnur von hier aus über die feste Rolle gehen, so muß die am Ende angebrachte Kraft (§. 56) $P = r = \frac{1}{4}Q$ sein, so, dass sich also bei zwei beweglichen Rollen $P:Q = 1:4 = 1:2^2$ verhält.

Eben so wird bei drei beweglichen Rollen $P:Q = 1:8 = 1:2^3$ und überhaupt bei n beweglichen Rollen (wobei die feste Rolle ohne Einfluss ist und nur die Richtung der Kraft verändert) die Proporzion $P:Q = 1:2^n$ stattfinden, d. h. es verhält sich die Kraft zur Last, wie die Einheit zu der Zahl, welche entsteht, wenn man die Zahl 2 so oftmal mit sich selbst multipliziert, als bewegliche Rollen vorhanden sind.

§. 62.

Handelt es sich nicht bloß um das statische Gleichgewicht zwischen Kraft und Last, sondern soll die Last wirklich und

z. B. um 1 Fuß gehoben werden, so muß bei zwei beweglichen Rollen (wie in Fig. 35) der Mittelpunkt O der zweiten Rolle (§. 59) um 2 Fuß, daher aus demselben Grunde der Punkt r um 2mal 2, d. i. 4 Fuß steigen, also die Kraft P um eben so viel herabgehen, so, daſs wenn man wieder die gleichzeitigen Wege der Kraft und Last mit S und s bezeichnet, hier S=4s, oder s:S=1:4, oder da für diesen Fall P:Q=1:4 war, auch s:S=P:Q oder PS=Qs stattfindet. Da man dasselbe Resultat auch für 3, 4 .. n bewegliche Rollen findet, so verhält sich auch bei dieser zusammengesetzten Maschine die Kraft zur Last wie der Weg der Last zu jenem der Kraft, oder was man an Kraft gewinnt, verliert man am Weg der Last.

Der Flaschenzug (als zusammengesetzte Maschine.)

§. 63.

Erklärung.

Der Flaschenzug ist ebenfalls eine aus festen und beweglichen Rollen, jedoch in der Art zusammengesetzte Maschine, daſs eine einzige Schnur immer abwechselnd über eine bewegliche und feste Rolle geht. Man bringt nämlich zwei oder mehrere Rollen in einem Bügel oder Kloben (von seiner Form auch Flasche genannt, woher die obige Benennung der Maschine) n oder m (Fig. 36) so an, daſs sie sich darin um ihre Achsen drehen können, je nachdem nun ein solcher Kloben fest aufgehängt, wie jener n, oder aufgezogen wird, wie jener m, bilden die darin befindlichen Rollen ein System von festen oder beweglichen Rollen.

Bei dem in (Fig. 36) dargestellten Flaschenzug, liegen zwei feste Rollen I, II in den oben befestigten Kloben n und eben so viele bewegliche Rollen 1, 2 in dem beweglichen

Kloben m. Die am festen Kloben in d befestigte Schnur geht zuerst über die bewegliche Rolle 1, von da über die feste Rolle I, dann über die bewegliche Rolle 2 und von da um die feste Rolle II, um der Kraft P eine beliebige Richtung zu geben. Auf die nämliche Art wiederholt sich der Gang der Schnur bei mehr als vier Rollen.

§. 64.

Bedingung für das Gleichgewicht.

Hat die an dem beweglichen Kloben m hängende Last mit Einschluſs des Kloben und der darin liegenden Rollen das Gewicht Q, so sind bei 4 Rollen auch 4 Schnurtheile vorhanden, welche die Last gleichmäßig tragen (der 5te Schnurtheil, an welchem zunächst die Kraft P wirkt, dient nur — §. 56 — zur Veränderung der Richtung der Kraft), indem für das Gleichgewicht jeder dieser Theile gleich stark gespannt sein muß; es beträgt daher die Spannung eines jeden, folglich auch jenes Theiles, woran die Kraft wirkt $\frac{1}{4}$ Q oder es ist $P = \frac{1}{4} Q$, woraus $P : Q = 1 : 4$ folgt.

Eben so wäre bei 6 Rollen (also eben so vielen tragenden Schnüren) $P = \frac{1}{6} Q$ und überhaupt bei n Rollen $P = \frac{1}{n} Q$ oder $P : Q = 1 : n$, d. h. es verhält sich die Kraft zur Last, wie die Einheit zur Anzahl der Rollen oder tragenden Schnüre.

§. 65.

Soll die Last mittelst eines Flaschenzuges von 4 Rollen z. B. um 1 Zoll gehoben werden, so muß man wie leicht zu sehen das Schnurende, woran die Kraft wirkt, um 4 Zoll anziehen, so daſs sich, wenn wieder S und s die Wege der

Kraft und Last vorstellen, $s : S = 1 : 4$ gerade so wie in diesem Falle $P : Q$ verhält; da das nämliche Verhältnis, d. i. $P : Q = s : S$, woraus die Gleichung $PS = Qs$ folgt, für jede Anzahl von Rollen richtig ist, so verhalten sich auch hier wieder die Kräfte (wenn man Q als eine gegenwirkende Kraft ansieht) verkehrt wie ihre Wege.

Besteht ein solcher Flaschenzug z. B. aus 6 Rollen, d. i. 3 festen und 3 beweglichen und wiegt die bewegliche Flasche (der Kloben) sammt den darin liegenden Rollen 50 Pfund, so wie die angehängte Last 7 Zentner; so ist $Q = 700 + 50$ oder 750 Pfund und daher $P. 750 = 1 : 6$, woraus $P = \frac{750}{6}$ oder zu 125 Pfund gefunden wird.

Soll diese Last jedoch auf eine Höhe von 10 Fuß gehoben werden, so muß die Kraft (welche hier nur der 6te Theil der Last ist) in der nämlichen Zeit den 6fachen Weg, nämlich 60 Fuß zurücklegen.

Es ist zu bemerken, dass bei der wirklichen Bewegung Reibungen an den Zapfen und ein Widerstand wegen der nicht vollkommenen Biegsamkeit der Seile oder Stricke eintritt, welche einen Kraftzuschuss von beiläufig 10 Prozent (d. i. den 10ten Theil) erfordern, so dass man in diesem Beispiele die gefundene Kraft von 125 auf $125 + 12\frac{1}{2} = 137\frac{1}{2}$ oder 138 Pfund erhöhen müßte.

Das Rad an der Welle.

§. 66.

Erklärung.

Unter dem Rad an der Welle (oder Wellrad) versteht man eine horizontal liegende Welle (Cilinder) **N** (Fig. 37), welche sich um ihre Achse drehen lässt, und mit einem Rade **M** konzentrisch verbunden ist, an dessen Peripherie die Kraft wirkt, während die Last gewöhnlich an einem Seile, welches sich um die Welle wickelt, aufgehängt ist, und durch Umdrehung des Rades und der Welle aufgewunden oder gehoben wird.

§. 67.

Bedingung des Gleichgewichtes.

Obschon in diesem Falle Kraft und Last nicht in ein und derselben Ebene liegen (indem die Kraft in der vertikalen Ebene **M**, die Last dagegen, bei der angezeigten Lage, in einer durch m gedachten vertikalen Ebene wirkt), so kann man dieß für die Rechnung dennoch so annehmen, weil die Welle mit dem Rade fest verbunden ist; dadurch können die Kraft **P** als an dem Endpunkte **A** (Fig. 38) und die Last **Q** als an jenem **B** eines um **C** drehbaren Hebels wirkend angesehen werden, wofür aber, wenn man den Halbmesser der Welle mit r und jenen des Rades mit **R** bezeichnet (§. 50 Zusatz 2) $P:Q = r:R$ wird, so, daſs sich für den Stand des Gleichgewichtes die Kraft zur Last wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades verhält.

§. 68.

Bei einer wirklich eintretenden Bewegung ist wieder, wie beim Hebel (§. 51), wenn auch hier **S** und **s** die gleichzeitigen Wege der Kraft und Last bezeichnen, $s:S = r:R$, folglich (auch wegen der vorigen Proporzion) $s:S = P:Q$ oder, wie bisher bei allen Maschinen $PS = Qs$.

Zu dem Rad an der Welle gehören nicht nur alle liegenden Haspel, wie der Horn- und Kreuzhaspel, das Spillenrad u. s. w., sondern auch der stehende Haspel oder Tummelbaum (Fig. 39), welcher gewöhnlich zum Aufziehen von Baumaterialien benützt und durch Handlanger oder Arbeiter, welche dabei im Kreise herum gehen und die Arme oder Stangen **A,A** vor sich herschieben, in Bewegung gesetzt wird. Wird der Tummelbaum von Pferden betrieben (welche gewöhnlich an solchen Zugarmen eingespannt werden), so heißt er Pferdegöpel. Endlich gehören auch noch hierher die Erd- und Schiffswinde, so wie alle derartigen einfachen Maschinen.

§. 69.

Werden zwei Wellräder 1 und 2 (Fig. 40) so miteinander verbunden, daſs die am Wellrade 2 nöthige Kraft p die Last für das Wellrad 1 bildet, so entsteht eine zusammengesetzte Maschine, wofür sich die Bedingung für das Gleichgewicht auf folgende Art finden läſst.

Sind r und R die Halbmesser der Welle und des Rades beim Wellrad 1, und bedeuten r' und R' dasselbe für das Rad an der Welle 2, so hat man, da die Kraft P mit der Last p im Gleichgewicht stehen soll, nach §. 67 $P:p=r:R$ und eben so für das Wellrad 2, in welchem die Kraft p mit der Last Q das Gleichgewicht halten soll: $p:Q=r':R'$, oder wenn man diese beiden Proporzionen nach der bekannten Regel zusammensetzt (Glied für Glied miteinander multiplizirt) und mit dem Faktor p (welcher im 1. und 2. Glied vorkömmt) abkürzt, auch $P:Q=rr':RR'$. Würde mit diesen beiden noch ein 3tes Wellrad, wobei die Halbmesser der Welle und des Rades r'' und R'' wären, so verbunden, daſs die Kraft P im Umfange des Rades des 1ten und die Last Q am Umfange der Welle des 3ten Wellrades wirkt, so fände man eben so für das Gleichgewicht $P:Q=rr'r'':RR'R''$, so daſs sich hier überhaupt **die Kraft zur Last verhält, wie das Produkt aus den Halbmessern der Wellen zum Produkte aus den Halbmessern der Räder.**

§. 70.

Verzahnte Räder.

Um die im vorigen §. erwähnte Verbindung zwischen dem Rade des einen und der Welle des andern Wellrades

möglich zu machen, müßen die Umfänge wie in Fig. 41 mit Zähnen versehen werden, welche so ineinander greifen, daſs durch Umdrehung des einen, z. B. des kleinen Rades, welches jetzt (anstatt Welle) Getriebe heißt, auch das große Rad mit umgedreht wird. Da aber immer noch für das Gleichgewicht der vorige Satz gilt, so wird er sich nur dahin modifizieren, daſs es heißt: die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt aus den Halbmessern der Getriebe zu dem Produkte aus den Halbmessern der Räder.

Die Halbmesser] werden hier bis zur halben Zahnhöhe gerechnet, so daſs sich die mit diesen Halbmessern gezogenen Kreise (Theilkreise oder Theilrisse genannt) berühren.

Ist nun z. B. das Rad 2mal so groß als das Getriebe, so muß das Getrieb 2mal umlaufen, bis sich das Rad 1mal umdreht; ist überhaupt das Rad nmal so groß als das Getrieb, also $R = nr$, so läuft auch das Getrieb nmal um, während das Rad 1mal umgeht. Sind auf der Peripherie des Getriebes m Zähne angebracht, so enthält der Radumfang in diesem letztgenannten Falle (weil die Abstände der Zähne im Rad und Getrieb gleich sein müßen) n mal so viel d. i. nm Zähne.

Endlich zeigt eine leichte Betrachtung auch hier wieder die Richtigkeit der obigen (§§. 51, 59, 62 ꝛc.) Relazion $PS = Qs$ oder der Proporzion $P:Q = s:S$, wobei P die Kraft, Q die Last, S den Weg der Kraft und s jenen der Last bezeichnet.

§. 71.

Die Wagenwinde.

Eine gemeinnützige Anwendung der verzahnten Räder findet sich bei der gewöhnlichen Wagenwinde in Fig. 42, wobei auch noch eine verzahnte Stange b vorkommt. In diese Stange b, welche sich in einem Gehäuse A auf- und abschieben läſst, greift nämlich ein kleines Getriebe c ein, welches mit einem gezahnten Rade a dieselbe Achse hat, sich also mit diesem zugleich umdrehen muß; in dieses Rad a.

greift ein zweites Getrieb d ein, auf dessen Achse zugleich die sogenannte Kurbel e befestiget ist, an welcher die Kraft wirkt.

Ist nun allgemein die Länge der Kurbel $oe = R$, der Halbmesser des damit verbundenen Getriebes $od = r$, der Halbmesser des Rades a gleich R', jener des Getriebes c gleich r', ferner die an der Kurbel im Punkte e wirkende Kraft gleich P, so wie die nach der Richtung des Pfeiles widerstehende Last gleich Q; so folgt für das Gleichgewicht genau so wie im §. 69 $P : Q = rr' : RR'$.

Ist z. B. $r = 1$, $r' = 1$, $R = 15$ und $R' = 3$ Zoll, so wird $P : Q = 1 . 1 : 15 . 3 = 1 : 45$, so daſs also die Last 45mal so groß, als die vorhandene Kraft P sein kann; setzt man z. B. $P = 30$ Pfund, welche Kraft ein Mensch für kurze Zeit recht gut ausüben kann, so könnte (freilich angenommen, daſs keine Reibung vorhanden sei) die Last $45 \times 30 = 1350$ Pfund oder $13\frac{1}{2}$ Zentner betragen.

Soll dagegen die Last selbst nur um 1 Zoll gehoben werden, so müßte (wegen $s : S = P : Q$) der Angriffspunkt der Kraft schon einen Weg von 45 Zoll zurücklegen. Wie oft muß also im vorliegenden Beispiel die Kurbel umgedreht werden, wenn die Last Q um 6 Zoll gehoben werden soll?

Die schiefe Ebene.

§. 72.

Erklärung.

Eine jede Ebene, wie MN (Fig. 43), welche weder horizontal noch vertikal ist, wird eine schiefe Ebene genannt, dabei ist, wenn MQ eine horizontale Ebene vorstellt, wie aus der Geometrie bekannt, der Winkel SAT der Neigungswinkel der schiefen mit der horizontalen Ebene.

Fällt man aus irgend einen Punkt B der Geraden SA (welche in der Ebene MN auf MO senkrecht steht) das Perpendikel BC auf die Ebene MQ, so fällt der Fußpunkt C

desselben in die Gerade AT (welche in der Ebene MQ auf derselben Linie MO senkrecht ist), und es wird in dem rechtwinkeligen Dreiecke ABC, AB die Länge, AC die Grundlinie und BC die Höhe der schiefen Ebene genannt.

§. 73.

Bedingungen für das Gleichgewicht.

Ist O der Schwerpunkt des auf der schiefen Ebene AB (Fig. 44) liegenden Körpers vom Gewichte Q, so wirkt dieses Gewicht eben so wie eine in O angebrachte lothrechte Kraft Q. Schneidet man daher auf einer durch O gezogenen vertikalen Linie ein Stück Oc ab, welches diese Kraft Q vorstellen kann (§. 8. Zusatz), und konstruiert aus c das Rechteck acbO, wobei Oa parallel mit der schiefen Ebene AB, und Ob darauf senkrecht ist, so hat man das Gewicht oder die Kraft Q (§. 21) in zwei gleichgeltende Kräfte Oa und Ob, parallel und senkrecht auf die schiefe Ebene zerlegt, wovon die erstere (das sogenannte relative Gewicht) die Kraft ist, mit welcher der Körper über die schiefe Ebene AB herabgeht, während die letztere von der Festigkeit der Ebene aufgehoben wird.

Soll nun das Gleichgewicht durch eine auf den Körper wirkende, mit der schiefen Ebene parallele Kraft P hergestellt werden, so muß diese in der Richtung Om wirken und gleich Oa sein, so daß $P:Q = Oa:Oc$ stattfindet; weil aber das Dreieck Oac jenem ABC ähnlich (indem außer den rechten Winkeln a und C auch noch jene c und A einander gleich sind) also $Oa:Oc = BC:AB$ ist, so folgt auch $P:Q = BC:AB$ d. h. es verhält sich die mit der schiefen Ebene parallele Kraft zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Wäre also z. B. BC der 10te Theil von AB, so dürfte die Kraft P für das Gleichgewicht unter dieser Bedingung ebenfalls nur den 10ten Theil des Gewichtes Q des Körpers betragen.

§. 74.

Bei einer wirklichen Bewegung wird der Körper, wenn die Kraft P den Weg $S = AB$ zurückgelegt hat, nur um die Höhe $s = BC$ gehoben, so daſs $s : S = BC : AB$, oder wegen der vorigen Proporzion auch hier wieder $s : S = P : Q$ oder $PS = Qs$ stattfindet.

Soll also im vorigen Beispiele die Last auf eine Höhe von 5 Fuß gehoben werden, so muß die Kraft (da sie 10mal kleiner ist) schon einen Weg von 10mal 5. d. i. von 50 Fuß zurücklegen.

§. 75.

Um zu erfahren, mit welcher Stärke die schiefe Ebene **normal** (d. i. senkrecht auf AB) von dem Körper gedrückt wird, darf man nur berücksichtigen, daſs dieser Normaldruck durch die Kraft oder Linie Ob (Fig. 44) vorgestellt wird, und daſs, wenn man diesen Druck mit D bezeichnet, $Q : D = Oc : Ob$ oder wegen $Oc : Ob = AB : AC$ auch $Q : D = AB : AC$ . . (m stattfindet, aus welcher Proporzion (wenn Q, AB und AC gegeben sind) dieser Druck D gefunden werden kann.

Liegt z. B. auf einer schiefen Ebene, deren Höhe 3, Grundlinie 4 und Länge daher 5 Fuß beträgt, ein Körper von 50 Pfund, so erhält man aus der Proporzion $50 : D = 5 ; 4$ den Normaldruck auf die Ebene $D = \frac{4}{5} \cdot 50 = 40$ Pfund.

§. 76.

Soll der auf der schiefen Ebene liegende Körper durch eine mit der **Grundlinie** AC (Fig. 45) **parallel** wirkende Kraft P im Gleichgewicht erhalten werden, so muß, (was überhaupt für jede Richtung der Kraft gilt) die Mittelkraft aus den bei-

den Kräften P und Q, wo Q wieder das Gewicht des Körpers vorstellt, auf der schiefen Ebene AB senkrecht oder normal stehen, weil diese Kraft nur dann von der Ebene gänzlich aufgehoben und jede Bewegung verhindert wird.

Nimmt man daher auf dieser Normalen ein beliebiges Stück Oc, und ergänzt durch diesen Punkt c das Parallelogramm oder hier das Rechteck Oacb, wobei Oa parallel mit AC, folglich Ob = ac darauf senkrecht ist, so muß, wenn Oc den Druck auf die schiefe Ebene vorstellt, auch Oa die Kraft P und Ob = ac das Gewicht Q vorstellen, oder es muß P : Q = Oa : ac sein; weil aber die beiden Dreiecke aOc und ABC einander ähnlich sind (wegen W. a = W. C, W. c = W. A und W. O = W. B,) so ist auch Oa : ac = BC : CA und daher für das Gleichgewicht P : Q = BC : AC, d. h. es verhält sich die mit der Grundlinie parallele Kraft zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Grundlinie.

§. 77.

Soll der Körper durch diese Kraft P über die schiefe Ebene AB hinauf gezogen werden, so muß diese den Weg S = AC zurücklegen, und da die Last Q dabei um die lothrechte Höhe BC gehoben wird, so ist ihr Weg s = BC, folglich s : S = BC : AC, oder mit Rücksicht auf die vorige Proporzion, wieder wie bisher überall s : S = P : Q.

§. 78.

Um auch in diesem Falle den Normaldruck auf die schiefe Ebene zu bestimmen, so wird dieser in Fig. 45 wie schon bemerkt, durch die Linie Oc dargestellt, und da sich dieser Druck D zum Gewicht Q wie Oc zu ac, ferner auch Oc : ac wie AB : AC verhält, so findet die Proporzion D : Q = AB : AC statt, aus welcher sich D berechnen läßt, wenn Q, AB und AC gegeben sind.

Der Keil.

§. 79.

Erklärung.

Der Keil ist ein gerades dreiseitiges Prisma, dessen Grundflächen entweder rechtwinkelige oder gleichschenkelige Dreiecke amc und end oder abc und efd (Fig. 46) sind, im ersteren Falle wird er ein einfacher, im letztern ein doppelter Keil genannt; dabei heißen die Flächen ad und bd die Seiten, während jene af der Kopf oder Rücken, die Kante cd die Schneide, jene ac = bc die Länge, und mc = nd die Höhe des Keiles genannt wird.

Der Keil wird nicht nur benützt, um Körper, wie z. B. Holz und Steine zu spalten oder zu trennen, sondern auch gerade umgekehrt dazu, um diese gegen einander zu pressen oder an einander zu befestigen; diese Kraft, welche gewöhnlich in wiederholten Schlägen besteht, wirkt dabei senkrecht auf den Kopf des Keiles.

§. 80.

Gleichgewicht zwischen Kraft und Last.

Wirkt bei dem einfachen Keil amc (Fig. 47) die Last Q senkrecht gegen mc, und die Kraft P senkrecht auf den Kopf am, so finden für das Gleichgewicht die nämlichen Bedingungen wie für die schiefe Ebene in §. 76 statt; es ist nämlich dafür ebenfalls $P : Q = am : mc$.

Da man sich ferner den doppelten Keil in Fig. 46 als aus zwei solchen einfachen bestehend denken kann, so wird, wenn auf jeden, d. i. auf jede Hälfte des ganzen Keils die Kraft p, folglich auf den doppelten Keil die Kraft

$P = p + p = 2p$ wirkt, wegen $p : Q = am : mc$ (nach der vorigen Proporzion) auch $2p : Q = 2am : mc$ d. i. $P : Q = ab : mc$ stattfinden; es verhält sich also in beiden Fällen, nämlich beim einfachen wie beim doppelten Keil, wenn die Last senkrecht gegen die Höhe desselben wirkt, für das Gleichgewicht die Kraft zur Last, wie der Rücken des Keiles zu seiner Höhe.

Es wird nämlich in dem Dreieck abc der Kürze halber ab für den Rücken, ac für die Länge und mc für die Höhe des Keiles genommen.

§. 81.

Wirkt dagegen, wie man bei dem Keil gewöhnlich annimmt, die Last oder der Widerstand senkrecht auf die Seiten des Keiles, so verhält sich in Fig. 45 die Kraft zur Last wie $Oa : Oc$, oder das Dreieck Oac mit dem ähnlichen ABC verglichen, wie $BC : AB$.

Da ferner die nämliche Proporzion auch für den doppelten Keil gilt (wobei man von den einfachen auf den doppelten Keil gerade so übergeht, wie dieß im vorhergehenden §. geschehen ist), so verhält sich in diesem Falle die Kraft zur Last, wie der Rücken zur Länge des Keils.

Zusatz. So wie bei der schiefen Ebene (§. 77.) gilt auch beim Keil, wie bei allen bisher behandelten Maschinen, die Gleichung $PS = Qs$, wo S der Weg der Kraft und s jener der Last ist.

Es geht aus diesen beiden Paragrafen hervor, dass der Keil um so wirksamer sei, je spitzer er ist; da aber in diesem Falle die Höhe des Keils von seiner Länge sehr wenig abweicht, so kann man auch ohne Fehler in der Anwendung den einen oder den andern dieser beiden (in §. 80 und §. 81 behandelten) Sätze gelten lassen.

Die Schraube.

§. 82.

Erklärung.

Theilt man die beiden Seiten ak und a'k' eines Rechteckes ak' (Fig. 48), dessen Grundlinie aa' dem Umfange, und Höhe ak der Höhe des Cylinders AD gleich ist, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, so daſs z. B. f, g, h, und f', g', h' diese Theilungspunkte sind, zieht dann die geraden Linien af', fg' u. s. w. und wickelt endlich das ganze Rechteck um den Cylinder AD so herum, daſs die Seite ak, folglich auch jene a'k' auf die Kante oder Linie AK zu liegen kommt, so fallen die Punkte a und a' zusammen auf A, jene f und f' auf F, g und g' auf G u. s. f. und es bilden dann die einzelnen parallelen Linien af', fg' u. s. w. des ebenen Rechteckes ak', welche man als eben so viele unter sich ganz gleiche schiefe Ebenen ansehen kann, eine einzige, um die Mantelfläche des Cylinders herumlaufende Linie oder gewundene schiefe Ebene, welche man Schraubenlinie nennt; dabei heiſst eine volle Umwindung, wie FnmG ein Schraubengang, so wie die Entfernung AF = FG = . . von einem Gange zum andern, Höhe des Schraubenganges.

Werden diese Schraubengänge als wirkliche Hervorragungen über die Cylinderfläche ausgeführt, wobei ihr Profil schneidig wie in Fig. 49, oder rechteckig, wie in Fig. 50 sein kann; so heiſsen diese materiellen Windungen Schraubengewinde, welche im erstern Falle (Fig. 49) scharf und im letztern (Fig. 50) flach sind, während der mit diesen Gewinden versehene Cylinder in beiden Fällen die Schraubenspindel genannt wird.

Jede Schraubenspindel wird außerdem noch mit einem in der Art ausgebohrten und ebenfalls mit Gewinden versehenen Prisma (Fig. 49′ und Fig. 50′) so in Verbindung gebracht, dass die Erhöhungen oder Hervorragungen bei der Spindel genau in die Vertiefungen dieser Gewinde und umgekehrt passen; in diesem Falle heißt ein solches Prisma von sonst ganz beliebiger Form, die Schraubenmutter.

Wird die Schraubenmutter festgehalten und die Spindel darin um ihre Achse gedreht, so nimmt die letztere in Folge dieser schiefen Gewinde zugleich eine Bewegung in der Richtung ihrer Achse an; wird dagegen die Spindel festgehalten und die Mutter umgedreht, so schiebt sich diese zugleich auch nach der Länge der Spindel auf oder ab.

§. 83.

Bedingung des Gleichgewichtes.

Stellt man sich vor, dass die Schraubenspindel A (Fig. 51) in ihrer Mutter B vertikal steht, und durch ein daran hängendes Gewicht belastet wird, dass ferner, während die Mutter fest bleibt, die Spindel durch eine an ihrer Peripherie tangenzial und horizontal wirkende Kraft p so umgedreht werde, dass die Spindel sammt der Last in die Höhe steigt, so ist es genau so, als ob diese Last (wozu das angehängte und das eigene Gewicht der Spindel gehört) auf einer schiefen Ebene durch eine mit ihrer Grundlinie parallelen Kraft p hinauf gezogen würde. Ist also die gesammte Last $= Q$, der mittlere Halbmesser der Spindel (diesen bis zur halben Hervorragung der Gewinde gerechnet) $ci = r$, daher ihr Umfang, welcher zugleich der Grundlinie aa' (Fig. 48) der schiefen Ebene gleich ist, $= 2r\pi$ (oder beinahe $\frac{22}{7}\,2r$) so wie endlich die Höhe des Schraubenganges, welche zugleich die Höhe der schiefen Ebene bildet, $a'f' = h$; so folgt nach §. 76 die Proporzion $p : Q = h : 2r$. Da man jedoch

die Kraft selten unmittelbar an der Peripherie der Spindel selbst, sondern um diese wirksamer zu machen, an einem Hebel AC (Fig. 51) wirken lässt, so ist, wenn diese Kraft P heißt und die Länge des Hebels AC = R gesetzt wird, nach §. 50 (Zus. 1) $P : p = r : R$, folglich wenn man diese Proporzion mit der vorigen zusammensetzt, $P : Q = rh : R2r\pi$ oder, wenn man mit r abkürzt, $P : Q = h : 2R\pi$ d. h. es verhält sich im Stande des Gleichgewichtes die Kraft zur Last, wie die Höhe eines Schraubenganges zu dem Umfange des Kreises, welchen die Kraft bei einer Umdrehung der Schraube beschreibt oder zurücklegt.

§. 84.

Wird der Weg der Kraft wieder mit S und der gleichzeitig von der Last zurückgelegte Weg mit s bezeichnet, so folgt aus der letzten Proporzion des vorigen §., weil S nichts anders als der Umfang des Kreises vom Halbmesser R, d. i. $S = 2R\pi$ und s die Höhe eines Schraubenganges, nämlich $s = h$ ist, unmittelbar der bekannte Satz $P : Q = s : S$ oder $PS = Qs$, d. h. auch hier ist, im Falle einer Bewegung das Produkt aus der Kraft in ihren Weg eben so groß, als das Produkt aus der Last in ihren Weg.

Die Schraube wird im gewöhnlichen Leben tausendfältig angewendet; dabei ist bald die Mutter fest und die Spindel beweglich, wie z. B. bei der Öhl-, Siegel-, Papier-, Packpresse u. s. w., bald wieder die Spindel fest und die Mutter beweglich, wie z. B. bei der Servietten-, Buchbinder-, Kartenpresse u. s. w. In allen diesen Fällen ist der ausgeübte Druck oder die Pressung als die Last Q anzusehen, welche hier in derselben Richtung als ein zu hebendes Gewicht angenommen wurde.

Haben z. B. bei einer Öhlpresse die Schraubengänge eine Höhe von 1 Zoll und ist der Hebel, woran die Kraft wirkt (diesen von der Achse der Spindel bis zum Angriffspunkt der Kraft gerechnet) 5 Fuß lang, so hat der Umfang des Kreises, welchen der Angriffspunkt der Kraft bei einer vollen Umdrehung der Spindel zurück-

legt, eine Länge von $\frac{22}{7}$. $2 \times 5 = \frac{220}{7} = 31 \cdot 43$ (genauer $2R\pi = 2 \times 5 \times 3 \cdot 1416 = 31 \cdot 416$) Fuß oder $12 \times 31 \cdot 43 = 377 \cdot 16$ Zoll, folglich ist für das Gleichgewicht $P : Q = 1 : 377$, so, daſs also eine Kraft von 1 Pfund mit dieser Schrauben- oder Spindelpresse einen Druck von 377 Pfund ausüben könnte. In der Wirklichkeit ist jedoch der ausgeübte Druck kleiner, weil die Kraft P auch noch die bei der Schraube vorhandene bedeutende Reibung überwinden muß. Da bei einer Umdrehung der Spindel die Kraft einen Weg von nahe 377 und die Last oder die Spindel nach der Richtung ihrer Achse einen Weg von 1 Zoll (Höhe des Schraubenganges) zurücklegt, so verhält sich wirklich ohne Rücksicht auf die Reibung der Weg der Kraft zu jenem der Last, wie die Last zur Kraft.

Die Schraube ohne Ende

(als zusammengesetzte Maschine.)

§. 85.

Erklärung.

Greift das Gewinde einer Schraubenspindel a (Fig. 52), welche sich bloß um ihre Achse drehen läſst, aber keine Längenverschiebung annehmen kann, anstatt in eine Schraubenmutter, in die gehörig schief eingeschnittenen Zähne eines Stirnrades b, so heißt eine solche Maschine Schraube ohne Ende, weil man dabei die Spindel immerfort, oder gleichsam ohne Ende umdrehen kann, wodurch auch das Stirnrad (dessen Achse rechtwinkelig gegen die Achse der Spindel liegt) fortwährend um seine Achse gedreht wird, und zwar rückt dieses bei jeder Umdrehung der Spindel um einen Zahn fort (weil hier die Entfernung der Zähne die Höhe der Schraubengänge bilden). Wird mit dem Stirnrad b eine Welle c verbunden, auf welche sich das Gewicht Q aufwickelt, so erscheint diese Maschine als eine Zusammensetzung der Schraube mit dem Rad an der Welle.

§. 86.

Bedingung für das Gleichgewicht.

Ist am Umfange des Rades **b** eine Kraft p erforderlich, um mit der an der Welle c hängenden Last Q im Gleichgewichte zu stehen, oder auch das Rad umzudrehen, so erscheint diese Kraft für die Schraubenspindel a als Last, und es ist, wenn wieder h die Höhe eines Schraubenganges und **R** den Hebels- oder Kurbelarm bezeichnet, woran die Kraft **P** wirkt, nach §. 83, $P : p = h : 2R\pi$.

Ferner ist, wenn man den Halbmesser des Rades **b** bis zur Mitte der Zähne gerechnet mit **R'**, und jenen der Welle c mit r bezeichnet, nach §. 67, $p : Q = r : R'$, folglich, wenn man diese Proporzion mit der vorigen zusammensetzt, auch (weil sich p abkürzt) $P : Q = hr : 2RR'\pi$.

Ist z. B. $h = 1$, $r = 3$, $R = 12$ und $R' = 14$ Zoll, so verhält sich bei dieser Maschine die Kraft zur Last wie $1 \times 3 : 2 \times 12 \times 14 \times \frac{22}{7}$ oder wie 3 : 1056, d. i. wie 1 : 352; es könnte also eine Kraft von 1 Zentner mit einer Last von 352 Zentner im Gleichgewichte stehen, oder diese Kraft, wenn auf die Hindernisse der Reibung u. s. w. keine Rücksicht genommen wird, die genannte Last wirklich aufziehen. In diesem Falle würde aber nach dem bisher überall nachgewiesenen Satze, welcher auch hier, so wie bei allen, wie immer zusammengesetzten Maschinen gilt (von $S : s = Q : P$) die Kraft schon einen Weg von 352 Fuß zurücklegen müßen, wenn die Last nur um 1 Fuß gehoben werden soll.

Zweiter Abschnitt.

Von der Dynamik oder der Lehre der Bewegung fester Körper.

Einleitung.

§. 87.

Verschiedene Arten der Bewegung.

Legt ein Körper in gleichen, auch noch so kleinen Zeiten, gleiche Wege zurück, so heißt die Bewegung gleichförmig, im Gegentheile wird sie ungleichförmig oder veränderlich genannt, und zwar ist sie dabei eine beschleunigte oder verzögerte, je nachdem die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege größer oder kleiner werden; ist die Beschleunigung oder Verzögerung dabei regelmäßig (§. 93), so entsteht eine gleichförmig beschleunigte oder gleichförmig verzögerte Bewegung.

§. 88.

Zeit.

Die Zeit wird am einfachsten durch die Uhren gemessen; bei den Pendeluhren gibt ein jeder Pendelschlag ein gleiches Zeitintervall an, und beträgt gewöhnlich 1 Sekunde.

§. 89.

Geschwindigkeit.

Unter der Geschwindigkeit eines Körpers versteht man den mit gleichförmiger Bewegung in der Zeiteinheit, wofür man gewöhnlich die Sekunde nimmt, zurückgelegten Weg. Bei der ungleichförmigen oder veränderlichen Bewegung ist die Geschwindigkeit jeden Augenblick eine andere, also ebenfalls veränderlich.

Geht z. B. ein Mensch ganz gleichförmig fort und legt er dabei stündlich einen Weg von 1 Meile oder 4000 Klafter zurück, so beträgt seine Geschwindigkeit per Stunde 1 Meile oder per Minute $\frac{24000}{60} = 400$ Fuß und per Sekunde $\frac{400}{60} = 6\frac{2}{3}$ Fuß.

§. 90.

Mit Rücksicht auf die Geschwindigkeit ist eine Bewegung *gleichförmig* oder *ungleichförmig*, je nachdem die Geschwindigkeit *gleich* bleibt oder *veränderlich* ist; die Bewegung ist *beschleunigt* oder *verzögert*, je nachdem die Geschwindigkeit zu- oder *abnimmt*; die Bewegung ist endlich *gleichförmig beschleunigt* oder *gleichförmig verzögert*, je nachdem die Geschwindigkeit *genau wie die Zeit zu- oder abnimmt*.

Erstes Kapitel.

Von der gleichförmigen Bewegung.

§. 91.

Hat ein mit gleichförmiger Bewegung fortgehender Körper oder Punkt eine Geschwindigkeit von z. B. 2 Fuß per Sekunde, so legt er in 2 Sekunden einen Weg von $2 \times 2 = 4$,

in 3 Sekunden einen Weg von $3 \times 2 = 6$, u. s. w. in t Sekunden einen Weg von $t \times 2 = 2t$ Fuß zurück; eben so ist, wenn man allgemein die Geschwindigkeit per Sekunde mit c bezeichnet (daſs diese also in 1 Sek. c Fuß beträgt), der in der Zeit t (in t Sekunden) zurückgelegte Weg, wenn dieser durch den Buchstaben s bezeichnet wird, $s = ct$ .. (1 d. h. der gleichförmig zurückgelegte Weg wird gefunden, wenn man die Geschwindigkeit mit der Zeit multipliziert.

Aus dieser Regel folgt von selbst, daſs man den Weg durch die Zeit dividieren muß, um die Geschwindigkeit, dagegen durch die Geschwindigkeit dividieren muß, um die Zeit zu erhalten.

Segelt z. B. ein Schiff mit 10 Seemeilen per Stunde, so legt es in 24 Stunden einen Weg von $24 \times 10 = 240$ Meilen, in 30 Minuten oder $\frac{1}{2}$ Stunde den Weg von $\frac{1}{2} \times 10 = 5$ Meilen zurück.

Legt ein Eisenbahnzug stündlich 6 Meilen zurück, so ist dessen Geschwindigkeit per Sekunde (da die Meile 4000 Klafter, die Klafter 6 Fuß und die Stunde 3600 Sekunden hat) $6 \times 4000 \times 6 : 3600 = 40$ Fuß.

Geht ein Bote mit 5 Fuß Geschwindigkeit per Sekunde, so legt er eine Poststazion von 2 Meilen oder 8000 Klafter (= 48000 Fuß) in Zeit von $48000 : 6 = 9600$ Sekunden, oder $9600 : 60 = 160$ Minuten, oder in $160 : 60 = 2\frac{2}{3}$ Stunden, d. i. 2 Stunden und 40 Minuten zurück.

§. 92.

Konstruiert man ein Rechteck AD (Fig. 53), in welchem die Grundlinie $AB = t$ und die Höhe $AC = c$ genommen wird, so ist die Fläche dieses Rechteckes $= ct$, also (§. 91, Gleich. 1) so groß wie der Weg s; es kann also der bei der gleichförmigen Bewegung zurückgelegte Weg geometrisch durch die Fläche eines Rechteckes vorgestellt werden, in welchem die eine Seite die Zeit und die andere die Geschwindigkeit vorstellt.

Zweites Kapitel.

Von der gleichförmig beschleunigten und verzögerten Bewegung.

§. 93.

Erklärung.

So wie durch ein bloß augenblickliches Einwirken einer Kraft (wie z. B. durch einen Stoß) auf einen Körper, nach dem Verharrungsgesetz (§. 1, Eigenschaft 6) eine gleichförmige, so muß durch das fortgesetzte, gleichmäßige Einwirken einer solchen Kraft, welche man eine konstante oder beständige Kraft nennt, eine gleichförmig beschleunigte Bewegung entstehen. Denn, hat z. B. diese beständig wirkende Kraft eine solche Stärke, daß sie in dem Körper während 1 Sekunde die Geschwindigkeit von 2 Fuß hervorbringt, so würde dieser Körper, wenn die Kraft nach Verlauf der ersten Sekunde zu wirken aufhörte, nach dem Beharrungsgesetz gleichförmig fortgehen, und (immer angenommen, daß keine Widerstände entgegenwirken) diese Geschwindigkeit von 2 Fuß per Sekunde beibehalten; da nun aber diese Kraft auch noch während der 2. Sekunde fortwirkt, und in dieser Zeit wieder 2 Fuß Geschwindigkeit erzeugt, so besitzt der Körper am Ende der 2. Sekunde 2+2 d. i. 4 oder 2mal 2 Fuß Geschwindigkeit. Auf die nämliche Art zeigt man, daß durch das weitere Einwirken dieser Kraft, der Körper am Ende der 3. Sekunde die Geschwindigkeit von $4 + 2 = 6$ oder 3mal 2 Fuß, am Ende der 4. Sekunde die Geschwindigkeit von $6 + 2 = 8$ oder 4mal 2, und überhaupt am Ende von t Sekunden, die Geschwindigkeit von t Mal 2, d. i. von 2t Fuß, oder wenn man statt den beispielsweise angenom-

menen 2 Fuß als Geschwindigkeit nach der ersten Sekunde, dafür 3, 4 oder überhaupt c Fuß annimmt, die Geschwindigkeit von ct Fuß erlangen muß; die Geschwindigkeiten wachsen also, (wie es nach §. 90 für die gleichförmig beschleunigte Bewegung sein soll) genau so wie die Zeiten.

Die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende einer gewissen Zeit besitzt, heißt dessen Endgeschwindigkeit für diese Zeit; dagegen wird die Größe, um welche die Geschwindigkeit in jeder folgenden Sekunde größer als in der nächst vorhergehenden ist, die Beschleunigung des Körpers genannt; in dem vorigen Beispiele wäre diese gleich 2 Fuß.

§. 94.

Gesetze für die gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Erlangt der betreffende Körper durch die Einwirkung einer beständigen (immer gleich bleibenden) Kraft am Ende der 1. Sekunde allgemein die Geschwindigkeit von c Fuß, so ist dieß zugleich auch seine Beschleunigung (voriger §.) und erlangt nach der Bemerkung im vorigen §. nach t Sekunden die Endgeschwindigkeit $v = ct$.. (1 d. h. man findet die Endgeschwindigkeit nach einer gewissen Zeit, wenn man die Beschleunigung mit dieser in Sekunden ausgedrückten Zeit multiplizirt.

Zusatz. Konstruiert man ein rechtwinkeliges Dreieck ABD (Fig. 54), in welchem die eine Kathete AB eine beliebige Zeit t, und die andere BD die zugehörige Endgeschwindigkeit v vorstellt, so wird auch jede, von irgend einem Punkte der geraden AB mit BD bis zur Hypotenuse AD gezogene Parallele, wie z. B. EF oder E'F', die der Zeit AE oder AE' entsprechende Endgeschwindigkeit vorstellen; denn es

ist (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke) **EF : BD = AE : AB, E'F' : BD = AE' : AB** u. s. w. folglich übereinstimmend mit dem, dass sich die Endgeschwindigkeiten wie die Zeiten verhalten.

§. 95.

So wie bei der gleichförmigen Bewegung der Weg durch die Fläche des Rechteckes **AD** (Fig. 53), welche entsteht, wenn sich die gleichbleibende Geschwindigkeit **AC** längs der Geraden **AB**, welche die Zeit vorstellt, mit sich selbst parallel fortbewegt, so wird bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung der Weg durch die Fläche des Dreieckes **ABD** (Fig. 54) dargestellt, welche entsteht, indem sich die allmählich von Null bis **BD** wachsende Geschwindigkeit **EF** (voriger §. Zusatz) ebenfalls längs der die Zeit vorstellenden Geraden **AB** mit sich selbst parallel fortbewegt, bis sie in die Lage **BD** gekommen ist. Nun ist aber diese Fläche nur halb so groß als das Rechteck **ABCD**, folglich auch der mit gleichförmig beschleunigter Bewegung nach einer gewissen Zeit, nach deren Verlauf die Geschwindigkeit bis zu einer bestimmten Größe v gewachsen ist, zurückgelegte Weg nur halb so groß, als wenn die Bewegung mit der Geschwindigkeit v durch dieselbe Zeit gleichförmig gewesen wäre.

Erhält also z. B. durch die Einwirkung einer beständigen Kraft ein Körper am Ende der 1. Sekunde die Geschwindigkeit von 3 Fuß (was seine Beschleunigung ist, weil dessen Geschwindigkeit in jeder folgenden Sekunde um 3 Fuß zunimmt), und will man den Weg berechnen, welchen der Körper bei seiner gleichförmig beschleunigten Bewegung etwa während 10 Sekunden zurücklegt, so muß man zuerst die Endgeschwindigkeit v für diese Zeit suchen; diese ist aber, nach §. 93, $10 \times 3 = 30$ Fuß. Mit dieser Geschwindigkeit würde aber der Körper bei einer gleichförmigen Bewegung in derselben Zeit von 10 Sekunden einen Weg von (§. 91) $10 \times 30 = 300$ Fuß zurücklegen, so, dass also, wenn man von dieser Zahl die Hälfte nimmt, der gesuchte Weg des Körpers 150 Fuß beträgt.

§. 96.

Zusatz. Bezeichnet man die Fläche des Dreieckes ABD (Fig. 54) mit s, so ist, wie aus der Geometrie bekannt, $s = \frac{1}{2} AB \times BD$, oder da AB die Zeit t, BD die Endgeschwindigkeit $v = ct$ (§. 94, 1,) und die Fläche s den in dieser Zeit mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegten Weg vorstellt, auch

$$s = \frac{1}{2}t \times ct = \frac{1}{2}ct^2 \ldots (2$$

aus welcher Formel man den in 1, 2, 3 . . . Sekunden zurückgelegten Weg findet, wenn man nach und nach $t = 1, 2, 3,$ u. s. w. setzt. Nimmt man zur größern Einfachheit den in der 1. Sekunde zurückgelegten Weg $s = \frac{1}{2}c.\, 1^2 = \frac{1}{2}c$ zur Einheit, so erhält man für die in 1, 2, 3, 4 . . Sekunden zurückgelegten Wege die Zahlen.

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2 \ldots \text{d. i. } 1, 4, 9, 16 \text{ u. s. w.}$$

daher auch für den Weg der 2. Sekunde $4 - 1 = 3$, für jenen der 3. Sekunde $9 - 4 = 5$, der 4. Sekunde $16 - 9 = 7$ u. s. w., so, daſs diese in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wege die Reihe 1, 3, 5, 7, 9 u. s. w. bilden; bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung verhalten sich also die in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wege wie die **ungeraden Zahlen**, dagegen die Wege, vom Anfange der Bewegung an gerechnet, wie die **Quadratzahlen**.

Das vorige Beispiel (§. 95) würde sich nach der obigen Formel 2) noch einfacher berechnen lassen; denn weil dafür $c = 3$ und $t = 10$ ist, so folgt daraus $s = \frac{1}{2} \times 3 \times 100 = 3 \times 50 = 150$, wie dort.

§. 97.

Gleichförmig verzögerte Bewegung.

Wirkt eine Kraft einem in Bewegung befindlichen Körper ununterbrochen mit gleicher Stärke entgegen; so ver-

mindert sie seine Geschwindigkeit nach und nach und zwar genau in demselben Verhältnis, in welchem die Geschwindigkeit, wenn diese Kraft in der Richtung der Bewegung wirksam wäre, zunehmen würde. Hat also diese beständige oder konstante Kraft eine solche Stärke, dass sie dem Körper, im Falle er ruhen würde, nach der 1. Sekunde die Geschwindigkeit c beibringen könnte, so nimmt die Geschwindigkeit des Körpers durch das Entgegenwirken dieser Kraft nach der 1. Sekunde um c, nach der 2. Sekunde um 2c, nach der 3. Sekunde um 3c u. s. w., allgemein nach t Sekunden um ct ab; besitzt also z. B. der Körper in dem Augenblicke, in welchem die Einwirkung einer beständigen Kraft, die eine solche Stärke haben mag, dass sie in dem ruhenden Körper die Beschleunigung von 2 Fuß erzeugen könnte, anfängt, eine Geschwindigkeit von 20 Fuß, so wird diese in den einzelnen aufeinander folgenden Sekunden um 2, 4, 6, . . . Fuß vermindert, so dass die Endgeschwindigkeiten dieses Körpers nach der 1., 2., 3., . . . 10. Sekunde 18, 16, 14 . . . 0 Fuß betragen, wobei also der Körper nach der 10. Sekunde seine ganze Geschwindigkeit verloren haben würde.

§. 98.

So wie man von der Geschwindigkeit des Körpers, welche er ohne Einwirkung der beständigen Kraft behalten würde, jene Geschwindigkeit abziehen muß, welche diese einwirkende beständige Kraft in diesem Körper erzeugen kann, eben so muß man, um den Weg zu finden, welchen der Körper bei diesem Entgegenwirken der Kraft in einer gewissen Zeit zurücklegt, von dem Weg, welchen derselbe in dieser Zeit ohne Einwirken der Kraft zurücklegen würde, jenen Weg abziehen, welchen der Körper in derselben Zeit machen würde, wenn die Einwirkung dieser beständigen Kraft auf den ruhenden Körper statt fände. Da in dem vorigen Beispiele (§. 97) die bestän-

dige Kraft in dem Körper die Wege von $\frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1$, $\frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4, 9, 16$ . . Fuß erzeugen, der Körper aber, wenn keine Gegenwirkung dieser Kraft vorhanden wäre, in 1, 2, 3 Sekunden die Wege von 20, 40, 60, 80 . . Fuß zurücklegen würde, so sind die bei seiner gleichförmig verzögerten Bewegung wirklich zurückgelegten Wege in diesem Beispiel $20 - 1 = 19$, $40 - 4 = 36$, $60 - 9 = 51$ Fuß u. s. w. Da nach der vorigen Bemerkung diese Bewegung nur 10 Sekunden lang dauern kann (worauf sich dann die Bewegung in die entgegengesetzte, nämlich nach der Richtung der einwirkenden, beständigen Kraft und zwar in eine gleichförmig beschleunigte verwandeln würde), so ist der während dieser Zeit zurückgelegte Weg $= 20 \times 10 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 200 - 100 = 100$ Fuß.

Besitzt überhaupt oder allgemein der Körper, bevor die beständige Kraft auf ihn zu wirken anfängt, die Geschwindigkeit V und hat die Kraft eine solche Stärke, dass sie in dem ruhenden Körper die Beschleunigung c erzeugen könnte, so besitzt der Körper nach t Sekunden noch die Geschwindigkeit $v = V - ct$, und legt in dieser Zeit den Weg $s = Vt - \frac{1}{2} ct^2$ zurück. So wäre für das vorige Beispiel $V = 20$ und $c = 2$ Fuß, daher nach Verlauf von 10 Sekunden die noch bestehende Geschwindigkeit $v = 20 - 2 \times 10 = 0$ und der zurückgelegte Weg $s = 20 \times 10 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 = 200 - 100 = 100$ Fuß wie zuvor.

Drittes Kapitel.

Von dem freien Falle der Körper.

§. 99.

Erklärung.

Jeder frei ausgelassene Körper fällt durch die Einwirkung der Schwerkraft (§. 32) in einer lothrechten oder vertikalen Linie (§. 1), und nimmt dabei, da die Erfahrung lehrt,

dass diese Kraft als eine konstante oder beständige Kraft angesehen werden kann (§. 93), eine gleichförmig beschleunigte Bewegung an. Es gelten also für den freien Fall der Körper die in den Paragrafen 94 und 95 entwickelten Gesetze, wonach man sowohl die am Ende einer gewissen Zeit erlangte Endgeschwindigkeit, als den in dieser Zeit zurückgelegten Weg berechnen kann, wenn die Zunahme an Geschwindigkeit, welche die Schwerkraft in diesen Körpern, per Sekunde erzeugt, d. h. wenn die Beschleunigung der Schwere bekannt ist.

Nach den Beobachtungen und Versuchen wächst die Geschwindigkeit der im leeren Raume frei fallenden Körper nach jeder Sekunde ziemlich nahe um 31 Fuß, so, dass also die Beschleunigung der Schwere mit 31 Fuß angenommen werden kann.

§. 100.

Da also ein von der Ruhe ausfallender Körper am Ende der 1sten Sekunde eine Geschwindigkeit von 31 Fuß erlangt, (so, dass wenn er von diesem Augenblicke an mit gleichförmiger Bewegung fortgehen könnte, derselbe in jeder folgenden Sekunde 31 Fuß zurücklegen würde), und der während dieser Zeit zurückgelegte Weg nur halb so groß ist (§. 95), so ist der Fallraum der 1ten Sekunde $15\frac{1}{2}$ Fuß, folglich (§. 96) jener der 2ten Sekunde 3mal $15\frac{1}{2} = 46\frac{1}{2}$, jener der 3ten Sekunde 5mal $15\frac{1}{2} = 77\frac{1}{2}$ Fuß u. s. w., so wie ferner der Fallraum für die 1te und 2te, d. i. für 2 Sekunden 4mal $15\frac{1}{2} = 62$ für die ersten 3 Sekunden 9mal $15\frac{1}{2} = 139\frac{1}{2}$ Fuß u. s. w. beträgt.

Bezeichnet man, wie man zu thun pflegt, die 31 Fuß oder Beschleunigung der Schwere (die sich von einem Orte der Erde zum andern nur wenig ändert) mit dem Buchstaben g, so verwandeln sich die beiden Formeln 1) in §. 94 und 2) in §. 96. Da man $c = g$ setzen muß, für den freien Fall der Körper in die beiden folgenden

$v = gt$ . . (a, und wenn man die Fallhöhe mit h anstatt mit s bezeichnet, $h = \frac{1}{2}gt^2$ . . (b, wovon die erstere die Endgeschwindigkeit ausdrückt, welche der fallende Körper nach t Sekunden erlangt, die letztere aber den während dieser Zeit zurückgelegten oder durchfallenen Raum bezeichnet. Durch Verbindung dieser beiden Formeln erhält man noch die beiden folgenden, welche oft eine gute Anwendung finden, und zwar wird $h = \frac{v^2}{2g}$ (c und $v = \sqrt{2gh}$ (d, wovon die erstere den Fallraum angibt, wenn die Endgeschwindigkeit v, die letztere dagegen, welche auf die Form $v = 7{\cdot}874 \sqrt{h}$ gebracht werden kann, die Endgeschwindigkeit bestimmt, wenn der Fallraum h, (welcher auch die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe genannt wird) gegeben ist.

§. 101.

Beispiel.

1. Wenn ein in einen Brunnen fallender Stein 6 Sekunden braucht, um bis hinab ins Wasser zu fallen (was man ziemlich genau durch den Schall wahrnehmen kann), so lässt sich hieraus die Tiefe des Brunnens ermitteln.

Denn da der Fallraum der 1ten Sekunde $15\frac{1}{2}$ Fuß ist, so beträgt jener von 6 Sekunden nach dem vorigen §. 36mal $15\frac{1}{2}$ d. i. 558 Fuß oder 93 Klafter, welches man nahezu für die Tiefe des Brunnens annehmen kann.

2. Wie lange braucht eine Bleikugel, um von der Spitze eines $41\frac{1}{3}$ Klafter hohen Thurmes frei herab zu fallen?

Da man hier die Klafter in Schuhe oder Fuße verwandeln muß, so geben diese $41\frac{1}{3}$ Klafter 248 Fuß; da ferner, wenn die gesuchte Zeit x heißt, x^2mal $15\frac{1}{2}$ so viel wie 248 oder x^2 so viel als $248 : 15\frac{1}{2}$, d. i. so viel als 16 ausmachen muß, so ist wegen $4^2 = 16$ die gesuchte Zeit $x = 4$ Sekunden.

Will man auch noch wissen, welche Geschwindigkeit diese Kugel erlangt, so ist diese am Ende der 1sten Sekunde = 31,

folglich am Ende der 4ten Sekunde (§. 94) = 4mal 31 oder 124 Fuß.

3. Von welcher Höhe muß ein Körper herabfallen, damit er eine Geschwindigkeit von 186 Fuß erlangt?

Sucht man zuerst die Fallzeit für diese Endgeschwindigkeit und heißt diese x, so muß xmal 31 = 186 sein, woraus x der 31ste Theil von 186, d. i. = 6 Sekunden ist. Sucht man jetzt die Fallhöhe für diese Zeit von 6 Sekunden und setzt diese = y, so ist $y = 36 \times 15\frac{1}{2} = 558$ Fuß, welches sofort auch die gesuchte Fall- oder Geschwindigkeitshöhe ist.

Mit Hilfe der obigen Formeln a, b, c, d in §. 100 lösen sich diese Aufgaben einfach so auf: Für die erste ist in b) t = 6 zu setzen, wodurch wegen g = 31 die gesuchte Fallhöhe $h = \frac{31}{2} \times 36 = 31 \times 18 = 558$ Fuß wird. Für die 2te ist in b) h = 248 zu setzen und dann t zu bestimmen, wodurch man $248 = \frac{31}{2} t^2$ oder $t^2 = \frac{2 \times 248}{31} = 16$, folglich $t = \sqrt{16} = 4$ Sekunden findet. Setzt man ferner in d) h = 248, so findet man unmittelbar die Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 \times 31 \times 248} = \sqrt{15376} = 124$ Fuß. Für die 3te Aufgabe setzt man in c) v = 186, so wird $h = \frac{186 \times 186}{62} = 3 \times 186 = 558$ Fuß. Alles wie oben.

Noch ist zu bemerken, dass diese Resultate eine kleine Änderung dadurch erleiden, dass die Körper nicht im leeren Raume, sondern in der Luft fallen, welche durch ihren Widerstand die Körper etwas zurückhält, und zwar um so mehr, je leichter sie sind; so fällt eine hölzerne Kugel etwas langsamer, als eine gleich große bleierne, eine Flaumenfeder noch langsamer, ein Körper, welcher leichter ist als die Luft, gar nicht, weil er von dieser getragen wird; obschon alle diese Körper, wie die Versuche zeigen, im luftleeren Raume, gleich schnell fallen. Einen noch größeren Widerstand würden die Körper beim Fallen durchs Wasser erleiden.

§. 102.

Aufwärts geworfene Körper.

Steigt ein Körper, durch irgend eine Kraft getrieben, z. B. eine abgeschossene Kugel, lothrecht aufwärts, so nimmt

er (§. 97), weil die Schwerkraft fortwährend mit gleicher Stärke entgegen wirkt, eine gleichförmig verzögerte Bewegung an, und man findet sowohl die Geschwindigkeit, welche der Körper nach einer gewissen Zeit noch besitzt, als auch den Weg oder die Höhe, welche er in dieser Zeit erreicht hat, nach den Bemerkungen in §. 97 und §. 98.

Wird z. B. eine Kugel mit einer Geschwindigkeit von 124 Fuß vertikal aufwärts geworfen, und will man wissen, wie hoch sie nach 3 Sekunden gestiegen sein wird, und welche Geschwindigkeit sie dann noch besitzt, so darf man nur die Höhe suchen, durch welche die Kugel in 3 Sekunden fällt, und die Geschwindigkeit bestimmen, welche sie dabei erlangt; erstere ist $9 \times 15\frac{1}{2} = 139\frac{1}{2}$ und letztere $3 \times 31 = 93$ Fuß. Da die Kugel ohne Einwirkung der Schwere während dieser 3 Sekunden den Weg von $3 \times 124 = 372$ Fuß zurückgelegt, und dieselbe Geschwindigkeit von 124 beibehalten hätte, so ist die gesuchte Höhe $372 - 139\frac{1}{2} = 232\frac{1}{2}$ Fuß, so wie die gesuchte Geschwindigkeit $124 - 93 = 31$ Fuß.

Nach Verlauf von 4 Sekunden wäre eben so die Höhe, welche die Kugel erreicht hat, $4 \times 124 - 16 \times 15\frac{1}{2} = 496 - 248 = 248$ Fuß, und die Geschwindigkeit, welche sie dann noch besitzt, $124 - 4 \times 31 = 124 - 124 = 0$, d. h., die Kugel würde in diesem Augenblicke ihre ganze Geschwindigkeit verloren, und daher ihre größte Höhe erreicht haben, weil sie von da an wieder herabfallen müßte.

Da die Kugel eben so viel Zeit zum Fallen als zum Steigen, nämlich 4 Sekunden braucht, so würde sie nach Verlauf von 8 Sekunden wieder in denselben Punkt anlangen, von wo sie aufgestiegen ist.

Bei dem Aufwärtssteigen eines Körpers in einer schiefen Richtung wird die Bahn, welche er beim Steigen und Fallen zurücklegt, nahezu eine in einer vertikalen Ebene liegende Parabel. (Die krumme Linie würde genau eine Parabel sein, wenn die Bewegung im luftleeren Raume statt fände.)

Viertes Kapitel.

Von dem gehinderten Falle der Körper.

§. 103.

Erklärung.

Legt man einen Körper, z. B. eine Kugel, auf eine schiefe Ebene, so rollt sie über dieselbe herab; eine an einem Faden hängende Kugel oder ein sonstiger Körper, geht, sobald er aus seiner Lage gebracht und dann ausgelassen wird, in einem Kreisbogen herab; zwei an den Enden eines Fadens befestigte ungleiche Gewichte, können sich, wenn der Faden über eine Rolle gelegt wird, nicht im Gleichgewicht halten, sondern es wird das größere Gewicht herabsinken und das leichtere mit hinaufziehen u. s. w. Obschon nun alle diese Erscheinungen Folge der Schwerkraft sind, und in einem wirklichen Fallen bestehen, so findet gleichwohl gegen das freie Fallen der Unterschied statt, dass diese Körper nicht eben so schnell fallen können, weil sie wenigstens zum Theil daran verhindert sind; man nennt deshalb ein solches Herabgleiten oder Herabsinken ein gehindertes Fallen.

§. 104.

Herabsinken eines Gewichtes.

Wird ein Faden über eine feste Rolle C (Fig. 55) gelegt, an dessen Endpunkten zwei ungleiche Gewichte z. B. von 3 und 5 Loth befestigt sind, so kann man sich das größere Gewicht von 5 Loth aus 3 und 2 Loth zusammengesetzt den-

ken; dadurch werden diese 3 Loth mit den auf der andern Seite hängenden 3 Loth (§. 56) im Gleichgewichte stehen, während durch die übrig bleibenden 2 Loth eine Bewegung, nämlich ein Herabsinken des größern und Hinaufgehen des kleinern Gewichtes entsteht; da die Ursache dieser Bewegung in der Schwere, als einer beständigen Kraft liegt, so muß diese (§. 93) eine gleichförmig beschleunigte sein, und zwar ist dabei die Überwucht oder Differenz beider Gewichte 5 — 3, d. i. 2 Loth die bewegende oder beschleunigende Kraft, während die Summe 5 + 3 = 8 Loth die bewegte Masse ist.

Könnten diese 2 Loth für sich allein herabfallen, so wäre, wie überhaupt, bei allen frei fallenden Körpern, die bewegende Kraft eben so groß als die bewegte Masse, während sie jetzt in dem vorliegenden Beispiele nur den 4ten Theil ($= \frac{2}{8}$) ausmacht. Da aber die Beschleunigung einer Masse, d. i. die Größe, um welche die Geschwindigkeit in jeder Sekunde zunimmt, in dem nämlichen Verhältnisse wie die bewegende Kraft zu- oder abnimmt, so muß hier die Beschleunigung ebenfalls nur den 4ten Theil von jener frei fallender Körper, d. i. $\frac{31}{4}$ oder $7\frac{3}{4}$ Fuß betragen, d. h. diese Gewichte haben am Ende der 1sten Sekunde die Geschwindigkeit von $7\frac{3}{4}$ Fuß erlangt, (jenes von 5 Loth beim Herab-, das andere von 3 Loth beim Hinaufgehen) eine Geschwindigkeit, welche in jeder folgenden Sekunde um eben so viel, d. i. um $7\frac{3}{4}$ Fuß zunimmt, so, dass die Endgeschwindigkeit dieser beiden Gewichte z. B. nach 8 Sekunden (§. 94) $8 \times 7\frac{3}{4} = 62$ Fuß, und der in dieser Zeit zurückgelegte Weg, da der Weg der 1sten Sekunde (§. 95) die Hälfte von $7\frac{3}{4}$, nämlich $3\frac{7}{8}$ Fuß beträgt (§. 96) $64 \times 3\frac{7}{8} = 248$ Fuß. Könnte das herabsinkende Gewicht frei fallen, so würde es nach 8 Sekunden eine Endgeschwindigkeit von $8 \times 31 = 248$ erlangt, und in dieser Zeit einen Weg von $64 \times 15\frac{1}{2} = 992$ Fuß zurück-

gelegt haben, welche Zahlen von den vorigen genau das 4fache sind.

Ist allgemein p das größere und q das kleinere der beiden Gewichte, so ist die Beschleunigung für diese Bewegung, wenn man diese durch G bezeichnet $G = \frac{p-q}{p+q}g$, wo g = 31 Fuß die Beschleunigung der Schwere ist. Für p = q würde G = o, zum Zeichen, daſs in diesem Falle keine Bewegung, sondern das Gleichgewicht stattfände. Für q = o würde, wie es sein soll, da dann das Gewicht p frei fällt $G = \frac{p}{p}g = g$.

Je kleiner der Unterschied zwischen diesen beiden Gewichten p und q ist, desto kleiner wird auch G und desto langsamer sinkt das größere Gewicht p herab, so daſs, wenn man z. B. p = 187 und q = 185 Gran nimmt, dadurch $G = \frac{1}{6}$ Fuß oder 2 Zoll, folglich der Fallraum der 1sten Sekunde $\frac{1}{2}G = 1$ Zoll so klein wird, daſs man dann an einer in Zollen getheilten vertikalen Latte alle Erscheinungen und Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung bequem beobachten kann, wie dieß auch bei der sogenannten Atwood'schen (Atwud'schen) Fallmaschine wirklich stattfindet.

§. 105.

Herabgleiten über eine schiefe Ebene.

Liegt ein Körper auf einer schiefen Ebene, welche z. B. 3mal so lang als hoch ist (§. 72), so ist die Kraft mit welcher er über diese Ebene herabgetrieben wird, oder dessen relatives Gewicht (§. 73) der 3te Theil seines absoluten Gewichtes, so, daſs wenn dieser Körper z. B. 6 Pfund wiegt, diese bewegende Kraft, welche, da sie aus der Schwerkraft entspringt, eine beständige ist, und daher (§. 93) wieder eine gleichförmig beschleunigte Bewegung erzeugt, sofort 2 Pfund beträgt. Da diese aber nur den 3ten Theil der bewegten Masse von 6 Pfund ausmacht, so kann auch die bei dieser Bewegung eintretende Beschleunigung (nach der Bemerkung im vorigen §.) nur den 3ten Theil von jener frei fallender Körper, nämlich (§. 99) von 31 Fuß betragen, so

daſs dieſe alſo im vorliegenden Falle $10\frac{1}{3}$ Fuß iſt, d. h. der herabgleitende Körper (er kann übrigens was immer für ein Gewicht haben) erlangt nach der 1ſten Sekunde eine Geſchwindigkeit von $10\frac{1}{3}$, nach der 2ten Sekunde von 2mal $10\frac{1}{3}$ oder $20\frac{2}{3}$, nach der 3ten Sekunde von 3mal $10\frac{1}{3}$ oder 31 Fuß u. ſ. w. Der in der 1ſten Sekunde zurückgelegte Weg iſt (§. 96) die Hälfte von $10\frac{1}{3}$ oder $5\frac{1}{6}$, der nach 2 Sekunden durchlaufene Weg 2^2 oder 4mal $5\frac{1}{6}$ d. i. $20\frac{2}{3}$, der Weg für 3 Sekunden 3^2 oder 9mal $5\frac{1}{6}$, d. i. $46\frac{1}{2}$ Fuß u. ſ. w.

Iſt z. B. die Höhe der ſchiefen Ebene 62, folglich nach der gemachten Annahme ihre Länge 3mal 62 oder 186 Fuß, und will man zuerſt die Zeit berechnen, welche irgend ein Körper braucht, um über dieſe ſchiefe Ebene herabzugleiten, ſo muß, wenn dieſe mit x bezeichnet wird x^2mal $5\frac{1}{6}$ gleich 186, folglich der $5\frac{1}{6}$te Theil von 186, d. i. 36 gleich x^2 ſein, woraus die Zeit $x = 6$ Sekunden folgt.

Will man weiter die Endgeſchwindigkeit berechnen, welche der Körper am Ende dieſer Zeit, d. i. am tiefſten Punkt der ſchiefen Ebene erlangt, ſo iſt dieſe 6mal $10\frac{1}{3}$, d. i. 62 Fuß gerade ſo groß, als ob er durch die Höhe der ſchiefen Ebene, (wozu er 2 Sekunden braucht) frei herabgefallen wäre. (§. 100).

Dieſe Eigenſchaft iſt übrigens eine ganz allgemeine; denn hat die ſchiefe Ebene die Höhe h und die Länge l, ſo iſt die Beſchleunigung eines über dieſe Ebene herabgleitenden Körpers $\frac{h}{l}g$ (wo g §. 100 die Beſchleunigung der Schwere oder 31 Fuß bedeutet) und daher analog mit der Formel d) in §. 100 die Endgeſchwindigkeit, welche er am Ende derſelben, d. i. nachdem er den Weg l zurückgelegt hat $= \sqrt{2\frac{h}{l}gl} = \sqrt{2gh}$, alſo, wie die Formel in d) zeigt genau ſo groß als ob der Körper durch die Höhe der ſchiefen Ebene frei herabgefallen wäre.

Aus einem gleichen Grunde erlangt auch ein in einem Bogen, z. B. in dem Kreisbogen A'A (Fig. 57) herabgehender Körper in irgend einem Punkte z. B. in A dieſelbe Geſchwindigkeit, welche er durch das freie Fallen durch die Höhe Aa erlangen würde, wenn nämlich Aa den Höhenunterſchied zwiſchen den beiden betreffenden Punkten bezeichnet.

Fünftes Kapitel.

Vom Pendel.

§. 106.

Erklärung.

Ein an einem Faden hängender Körper, z. B. eine kleine Kugel A (Fig. 57), welche um den Aufhängpunkt C in einer vertikalen Ebene hin- und herschwingen kann, wird ein Pendel genannt, und zwar heißt dieses (nur in Gedanken bestehendes) ein einfaches oder mathematisches, wenn man sich den Faden CA als gewichtlos (oder als eine steife mathematische Linie) und das schwere Kügelchen so klein vorstellt, dass es nur einen materiellen Punkt bildet; im Gegensatz zu diesem mathematischen wird jedes wirklich bestehende Pendel ein physisches oder zusammengesetztes genannt, dabei ist der Faden gewöhnlich durch eine Stange (die Pendelstange), und der schwere Punkt durch einen linsenförmigen Körper (die Pendellinse) ersetzt.

§. 107.

Bringt man das Pendel aus der vertikalen Lage CA in die schiefe CA′, so kann der schwere Punkt oder die Kugel in A′ nicht ruhen, weil (§. 43 u. §. 44) ihr Schwerpunkt nicht lothrecht unterstützt ist, sondern dieser Punkt fällt, und zwar, da er nicht anders fallen kann, im Kreisbogen A′ A, dessen Mittelpunkt in C liegt, herab, erlangt [dadurch im tiefsten Punkt eine solche Geschwindigkeit (so groß als ob er durch die Höhe aA, §. 105 gefallen wäre), dass er damit nach dem

Beharrungsgesetz auf der andern Seite (wenn nämlich dabei von allen Hindernissen abgesehen wird) durch einen eben so großen Bogen AA″ hinaufgeht (gerade so wie ein Körper in vertikaler Richtung die nämliche Höhe erreicht, durch welche er gefallen ist, wenn er mit jener Geschwindigkeit zu steigen anfängt, die er bei dem Herabfallen durch diese Höhe erlangt hat §. 102). Von diesem Punkte A″ an geht der schwere Punkt oder Körper eben so wieder durch den Bogen A′ A herab und durch den gleich großen AA′ hinauf, dergestalt, daſs sich diese Schwingungen ohne Ende wiederholen müßten, wenn keine Hindernisse oder Widerstände (Reibung am Aufhängpunkt und Widerstand der Luft) vorhanden wären, welche bewirken, daſs diese Bögen A′AA″ allmählich kleiner werden und endlich ganz verschwinden, oder das Pendel zur Ruhe oder zum Stillstande kommt.

Die Zeit, welche das Pendel zu einer solchen Schwingung (Oszillazion) braucht, um nämlich aus der Lage CA′ in jene CA″ oder umgekehrt zu kommen, heißt die Schwingungszeit; beträgt diese, wie gewöhnlich, gerade 1 Sekunde, so wird das Pendel ein Sekundenpendel genannt.

§. 108.

Sowohl die theoretischen Untersuchungen als auch die wirklichen Beobachtungen zeigen, daſs, wenn die Schwingungsbögen A′AA″ nur überhaupt nicht zu groß sind, sondern bloß wenige Grade betragen, das weitere Abnehmen oder Kleinerwerden derselben auf die Schwingungszeiten keinen Einfluſs habe, sondern diese letztern immer gleich bleiben, so daſs das Pendel in gleichen Zeiten schwingt, oder die Schwingungen gleichdauernd sind.

Diese Eigenschaft läſst sich einigermaßen dadurch erklären, daſs der schwere Punkt den größern Bogen auch mit einer größern Geschwindigkeit (die er durch das Fallen durch eine größere Höhe erlangt) durchläuft, also dazu nicht mehr Zeit als beim Durchlaufen des klei-

neren Bogens mit geringerer Geschwindigkeit bedarf. Übrigens geben die Pendelschwingungen ein Beispiel von der ungleichförmig beschleunigten und verzögerten Bewegung, wovon die erstere beim Herabgehen und die letztere beim Hinausgehen des Pendels oder schweren Punktes eintritt.

§. 109.

Schwingungszeit des einfachen Pendels.

Wird die Länge des einfachen Pendels CA (Fig. 57) allgemein mit l bezeichnet, so findet man sowohl durch höhere Rechnung als auch durch Beobachtungen, dass sich die Schwingungszeit, wenn die Bögen A′ AA″ nicht groß sind, ziemlich genau bestimmen lässt, wenn man aus der in Fußen ausgedrückten Länge l die Quadratwurzel auszieht, und die so erhaltene Zahl mit dem Bruch $\frac{9}{16}$ multiplíziert, oder dass sich diese Schwingungszeit t sehr nahe durch die Formel $t = \frac{9}{16} \sqrt{l}$ . . (m ausdrücken lasse.

Wird die Verhältniszahl des Durchmessers zum Umfange eines Kreises ($\frac{22}{7}$ oder genauer 3·1416), wie es üblich ist, durch den griechischen Buchstaben π (pi) und die Beschleunigung der Schwere (31 Fuß) durch den Buchstaben g bezeichnet, so lässt sich die Schwingungszeit, unter der Voraussetzung von kleinen Schwingungsbögen, genauer durch die Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . . (n ausdrücken, woraus man eigentlich $t = 0·56425 \sqrt{l}$ näherungsweise findet, während der obige Bruch $\frac{9}{16}$ nur die Zahl oder den Dezimalbruch 0·5625 gibt, daher um etwas zu klein ist.

Aus dieser Formel n wird zugleich ersichtlich, wie man g bestimmen kann, wenn l und t bekannt sind, d. h. wie man an jedem Orte der Erde mit Hilfe der Pendelschwingungen die Beschleunigung der Schwere für diesen Ort finden kann.

Um die Länge des Sekundenpendels zu finden, braucht man bloß in der vorigen Formel t = 1 zu setzen, und daraus dann l zu bestimmen; dadurch findet man für diese Länge genau genug l = 3·14 Fuß oder $37\frac{7}{10}$ Zoll.

Um die Schwingungszeit für ein 4 Fuß langes Pendel zu finden, ist aus der vorigen Formel, wenn man l = 4, also $\sqrt{l} = 2$ setzt, nahe genug t = 1·13 Sekunden. Übrigens werden diese Zah-

len durch die Reibung oder einen sonstigen Widerstand am Aufhängspunkt und durch den Widerstand der Luft etwas weniges modifiziert.

§. 110.

Gesetze der Pendelschwingungen.

Schwingen zwei Pendel an demselben Orte der Erde und sind l und l' ihre Längen, so wie t und t' die zugehörigen Schwingungszeiten, so ist nach dem vorigen §. $t = \frac{9}{16} \sqrt{l}$ und $t' = \frac{8}{16} \sqrt{l'}$, folglich $t : t' = \frac{9}{16} \sqrt{l} : \frac{9}{16} \sqrt{l'}$, oder, wenn man mit $\frac{9}{16}$ abkürzt,

$$t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'},$$

d. h., die Schwingungszeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den Längen der Pendel, so daß also das 4mal so lange Pendel 2mal, das 9mal so lange Pendel 3mal langsamer schwingt u. s. w.

Erhebt man die vier Glieder der vorigen Proporzion (wodurch sie wie bekannt nicht geändert wird) aufs Quadrat, so erhält man auch $t^2 : t'^2 = l : l'$ oder was dasselbe ist $l : l' = t^2 : t'^2$, d. h. die Pendellängen verhalten sich wie die Quadrate der Schwingungszeiten. Braucht also z. B. ein einfaches Pendel zu einem Schwunge die Zeit von 2 Sekunden, so kann man daraus schließen, daß es 4mal so lang als das Sekundenpendel, also, wenn das Sekundenpendel 3·14 Fuß lang wäre, eine Länge von $4 \times 3{\cdot}14 = 12{\cdot}56$ Fuß besitzt.

§. 111.

Das zusammengesetzte oder physische Pendel.

Die von dem einfachen oder mathematischen Pendel entwickelten oder angeführten Eigenschaften gelten ebenfalls

auch für das physische Pendel, nur kommt es dabei darauf an, was man unter der Länge des Pendels zu verstehen hat und wie diese gefunden wird.

Lässt man eine an einem dünnen Faden befestigte ganz kleine Metallkugel um einen festen Punkt schwingen, so kann dieses ohne merklichen Fehler als ein einfaches Pendel angesehen werden, und wenn man den Faden so lange verlängert oder verkürzt, bis dieses Pendel mit dem betreffenden zusammengesetzten Pendel **MN** (Fig. 58) ganz gleiche Schwingungen macht, das heißt dieselbe Schwingungszeit hat, so gibt die Entfernung des Mittelpunktes des Kügelchens **A** (Fig. 57) vom Aufhängpunkt **C** die Länge **CA** für das zusammengesetzte Pendel **MN**. Denkt man sich durch den Schwerpunkt dieses letzteren Pendels eine vertikale Ebene und in dieser die eben genannte Länge von der Schwingungsachse **C** lothrecht abwärts getragen, so bekommt man einen Punkt **A**, welcher der Mittelpunkt des Schwunges genannt wird.

Sowohl auf diesem empirischen Wege als auch durch Rechnung findet man z. B. für eine dünne prismatische Stange **CB** (Fig. 59) von der Länge **L**, welche um einen ihrer Endpunkte **C** schwingt, den Abstand ihres Mittelpunktes des Schwunges **A**, vom Aufhängpunkt $= \frac{2}{3}$ **L**, so, daſs wenn diese Stange z. B. 3 Fuß lang ist, dieser Punkt um 2 Fuß von der Schwingungsachse absteht, oder ein einfaches 2 Fuß langes Pendel genau eben so schwingt, d. h. dieselbe Schwingungszeit wie diese oszillirende Stange besitzt. Nach §. 109, Gleich. m, würde also dieses physische Pendel einen Schwung in $\frac{9}{16}\sqrt{2} =$ 0·79 oder nahe in $\frac{4}{5}$ Sekunden machen.

Eben so findet man, daſs bei einer kleinen, an einem feinen Faden hängenden Kugel, der Mittelpunkt des Schwunges so wenig unter dem Mittelpunkt der Kugel liegt, daſs man diesen ohne merklichen Fehler für den Mittelpunkt des Schwunges selbst gelten lassen kann.

*

Sechstes Kapitel.

Von der Flieh- oder Zentrifugalkraft.

§. 112.

Erklärung.

Wird eine an einem Faden **CM** (**Fig. 60**) befestigte Kugel oder ein sonstiger Körper **M** um den andern Endpunkt des Fadens als festen Punkt im Kreis herumgeschwungen, so erleidet der Faden, selbst wenn das Gewicht der Kugel, wie in dem Falle, in welchem die Kugel dabei auf einem horizontalen Tische liegt, darauf keinen Einfluſs hat, eine gewisse Spannung, welche um so gröſser wird, je gröſser die Masse und Geschwindigkeit der Kugel ist, so, daſs endlich der Faden sogar abreiſsen kann. Dieſs beweist, daſs der Körper oder die Kugel bei dieser Kreisbewegung ein Bestreben hat, sich vom Mittelpunkt des Kreises zu entfernen, was auch wirklich geschieht, wenn der Faden entweder abreiſst, oder vom Drehungspunkt **C** los wird, in welchem Falle die Kugel nach der Tangente des Kreises mit jener Geschwindigkeit fortgeht, welche sie in dem Augenblicke des Freiwerdens besitzt.

Die Kraft nun, mit welcher der Faden bei dieser Kreisbewegung gespannt wird, und welche sonach auch das Bestreben ausdrückt, mit welcher sich die Kugel vom Mittelpunkte entfernen will, heiſst die Flieh- oder Zentrifugalkraft.

Denkt man sich im Mittelpunkte C statt des festen Punktes eine Kraft, welche die Kugel mit derselben Stärke anzieht, mit welcher sich die Kugel entfernen will, so bleibt die Kreisbewegung dieselbe, wie vorhin mittelst des Fadens und festen Punktes; diese Kraft, welche nothwendigerweise der Fliehkraft gleich sein muſs, wird die Central- oder auch Centripedalkraft genannt.

§. 113.

Größe oder Stärke der Fliehkraft.

Sowohl die höhere Rechnung als die Versuche, welche mit einer eigens dazu konstruierten Maschine (der Zentrifugalmaschine) angestellt werden können, beweisen, dass die Größe der Fliehkraft von drei Dingen, nämlich der Masse des bewegten Körpers, der Geschwindigkeit, mit welcher er sich im Kreise bewegt, und endlich der Größe des Halbmessers dieses Kreises abhängt, und zwar findet man, dass wenn die Masse größer wird, die Fliehkraft in dem nämlichen Verhältnis zunimmt, dass wenn die Geschwindigkeit 2 oder 3mal größer wird, die Fliehkraft 4 oder 9mal größer wird, oder im quadratischen Verhältnis zunimmt, und wenn endlich der Halbmesser des Kreises, in welchem die Bewegung stattfindet, 2 oder 3mal größer ist, die Fliehkraft im Gegentheil 2 oder 3mal kleiner wird, also mit dem Halbmesser im umgekehrten Verhältnis steht.

Ist M die in Pfunden ausgedrückte Masse des Körpers, v die in Fußen ausgedrückte Geschwindigkeit, mit welcher er sich gleichförmig im Kreise bewegt, so wie r der in Fußen ausgedrückte Halbmesser dieses Kreises, so findet man, wenn g (= 31 Fuß) die Beschleunigung der Schwere ist (§. 99), für die in Pfunden ausgedrückte Fliehkraft F den Ausdruck $F = \frac{Mv^2}{gr}$.

Wird die Masse M nicht in Pfunden, sondern in Lothen ausgedrückt, so erhält man auch die Fliehkraft F in Lothen.

Es ist bemerkenswert, dass die Schwere auf diese Kraft keinen Einfluss hat; denn wäre an irgend einem Orte die Schwerkraft doppelt so groß, so, dass also eine gewisse Masse das doppelte Gewicht hätte, so würde an diesem Orte auch die Beschleunigung der Schwere doppelt so groß sein, und man müßte in der vorigen Formel für g statt der Zahl 31 jene 62 setzen, wodurch der Quozient M : g, folglich auch F ungeändert bliebe.

§. 114.

Beispiel.

Wird z. B. eine Bleikugel von 10 Loth im Gewichte in einem Kreise von 1 Fuß Halbmesser mit einer Geschwin-

digkeit von 2 Fuß (pr. Sek.) gleichförmig herumgeschwungen, so beträgt die dadurch entstehende Fliehkraft, wegen $F = \frac{10 \times 2^2}{31 \times 1} = \frac{40}{31} = 1{\cdot}29$, nahe $1\frac{3}{10}$ Loth.

Wäre die Kugel dabei an einem so dünnen Faden befestigt, dass dieser nur 1 Loth zu tragen im Stande wäre, so müßte derselbe durch diese Fliehkraft abreißen.

Bei einer Geschwindigkeit von 20 Fuß würde die Fliehkraft 100mal so groß, nämlich 129 Loth oder nahe 4 Pfund sein, wodurch also schon ein viel stärkerer Faden als vorhin abgerissen werden könnte; und so gibt es (ohne dass man die Masse zu vergrößern braucht) für jeden auch noch so starken Faden immer eine Geschwindigkeit, bei welcher die entstehende Fliehkraft den Faden zerreißen kann.

Auf der Eigenschaft der Fliehkraft beruht die Wirkung der Schleuder; die Erscheinung des Wegschleuderns von Erdklumpen bei Wagenrädern, welche auf einer schmutzigen Straße laufen; das Zerspringen von Mühl- und großen Schleifsteinen, welche mit einer zu großen Geschwindigkeit umlaufen; das Umstürzen von Wagen, welche zu schnell und mit einer zu kurzen Reihe um eine Ecke fahren; das instinktmäßige Einwärtsneigen von Menschen und Thieren (besonders Pferden), welche in einem kleinen Kreise herumlaufen; die Erscheinung, dass ein in einen Reifen gestelltes und im Kreise herumgeschwungenes volles Glas Wasser, obschon bei jedem Schwung (in vertikaler Ebene) die offene Mündung einmal nach abwärts kommt, dennoch kein Wasser verschüttet wird, und das Glas nicht nach abwärts fällt u. s. w.

Siebentes Kapitel.

Von der Wirkung oder Leistung der Kräfte.

§. 115.

Erklärung.

Unter der Wirkung oder Leistung, auch Arbeit einer beständigen (sich gleich bleibenden) Kraft versteht man das

Produkt aus dieser Kraft, welche eine gewisse Last fortbewegt oder einen bestimmten Widerstand überwindet, in den Weg, welchen sie dabei zurücklegt. Wird z. B. ein Gewicht von 5 Pfund auf eine Höhe von 4 Fuß gehoben, so drückt man die dabei verrichtete Arbeit, da die Kraft dieser Last von 5 Pfund gleich sein muß, durch das Produkt $5 \times 4 = 20$ aus. Hieraus folgt aber, daſs 10 Pfund durch 2 Fuß, oder 2 Pfund durch 10 Fuß gehoben, dieselbe Leistung, dagegen 10 Pfund durch 4 Fuß ($= 40$) die doppelte Leistung oder Arbeit ist u. s. w.

Zur Einheit der Leistung oder Arbeit einer beständigen Kraft nimmt man die Arbeit von 1 Pfund durch den Weg von 1 Fuß, und nennt diese 1 Fußpfund. Wird also z. B. eine Last von 10 Pfund von einer eben so großen Kraft während 1 Minute auf die Höhe von 5 Fuß (welches dabei auch der Weg der Kraft ist) gehoben, so ist die Leistung oder Arbeit dieser Kraft während dieser Zeit von 1 Minute $= 5 \times 10 = 50$ Fußpfund, was man durch 50 F. Pf. anzuzeigen pflegt. Muß ein Pferd, um z. B. einen beladenen Wagen mit 4 Fuß Geschwindigkeit pr. Sekunde fortzuziehen, eine Zugkraft von 100 Pfund ausüben, so wird dabei die Leistung oder Arbeit des Pferdes pr. Sekunde durch $4 \times 100 = 400$ F. Pf. ausgedrückt; man nennt diese Leistung, welche wirklich einem mittelstarken Pferde zukommt, die Pferdekraft, nimmt aber im Maschinenwesen dafür die etwas größere Zahl von 430 F. Pf. an, und benützt sie als dynamische Krafteinheit (Arbeitseinheit) bei Berechnung der Leistung der Wasserräder, Dampfmaschinen u. s. w.

Wenn man also z. B. von einer Dampfmaschine sagt, daſs sie 20 Pferdekräfte habe, so will man dadurch ausdrücken, daſs sie eine Leistungsfähigkeit von 20mal 430 d. i. von 8600 F. Pf. per Sekunde besitze, nämlich eine Last von 8600 Pfund in jeder Sekunde 1 Fuß, oder 860 Pf. 10 Fuß u. s. w. hoch zu heben im Stande wäre.

Zusatz. Fällt ein Körper von der Masse M durch die Höhe h frei herab, so erreicht er dadurch eine Geschwindigkeit v, welche

(§. 100 Formel c) aus der Relazion $h = \frac{v^2}{2g}$ bestimmt werden kann. Die Arbeit, welche die Schwerkraft dabei verrichtet hat, ist also $W = Mh = \frac{Mv^2}{2g}$, oder da man das Produkt aus der Masse eines Körpers in das Quadrat seiner Geschwindigkeit, dessen lebendige Kraft zu nennen pflegt; so ist die nöthige Arbeit, um in einer Masse die Geschwindigkeit v zu erzeugen (oder auch umgekehrt ihr diese wieder zu benehmen) gleich der lebendigen Kraft dieser Masse durch die doppelte Beschleunigung der Schwere dividiert, dabei kann die Arbeit von der Schwere oder irgend einer andern Kraft verrichtet werden oder ausgehen.

§. 116.

Effekt oder mechanisches Moment.

Die Wirkung oder Arbeit einer Kraft während der bestimmten Zeit von 1 Sekunde wird gewöhnlich der Effekt oder auch das mechanische Moment dieser Kraft genannt. Übt z. B. ein Wasserrad per Minute eine Arbeit von 258000 Fußpfund aus, so ist der Effekt oder das mechanische Moment dieses Rades, nämlich die Leistung per Sekunde = 258000 : 60 = 4300 F. Pf. oder in Pferdekräften ausgedrückt = 4300 : 430 = 10 Pferdekräfte.

So rechnet man, daſs ein mittelstarker Mensch eine Last von 25 Pfund mit einer Geschwindigkeit (Weg per Sekunde) von $2\frac{1}{2}$ Fuß mehrere Stunden lang forttragen kann, so daſs also dessen mechanisches Moment zu $25 \times 2\frac{1}{2} = 62\frac{1}{2}$ Fußpfund angenommen werden kann. Eben so kann ein mittelstarkes Pferd eine Zugkraft von 100 Pfund bei einer Geschwindigkeit von 4 Fuß ausüben, wodurch das mechanische Moment den Wert von 400 F. Pf. erhält, welches sich bei sehr starken Pferden selbst bis 430 F. Pf. steigert; dieses Moment mit dem vorigen eines Menschen verglichen, zeigt, daſs in dieser Beziehung beiläufig 7 Menschen so viel leisten als 1 Pferd.

Diese hier angeführten Zahlen beziehen sich zugleich auf die vortheilhafteste Leistungs- oder Wirkungsart, indem es nämlich bei thierischen Kräften nicht einerlei ist, ob sie bei einer größern oder kleinern Geschwindigkeit thätig sind; so bewegt z. B. ein Mensch eben so leicht 25 Pfund mit $2\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit, als 40 Pfund mit 1, oder 10 Pf. mit 4 Fuß Geschwindigkeit, was aber in beiden Fällen nur ein mechanisches Moment von 40 F. Pf. gibt, während das erstere, zugleich das größte, $62\frac{1}{2}$ Fuß Pf. beträgt.

Bei einer noch größern Last oder einer noch größern Geschwindigkeit wird dieses Moment noch kleiner, und sinkt sehr bald bis auf Null herab.

Auch gelten diese angeführten Zahlen nur für eine mittlere Arbeitsdauer, wofür man 8 Stunden wirkliche Arbeit während 12 Stunden rechnet. Für ganz kurze Zeit kann die Anstrengung wohl größer sein, wodurch auch das mechanische Moment gesteigert wird, allein solche Fälle kommen nur ausnahmsweise vor.

§. 117.

Leistung der Kräfte bei Maschinen.

So wie es bereits bei den 6 einfachen und den bisher behandelten zusammengesetzten Maschinen gezeigt wurde, gilt überhaupt bei allen, wie immer zusammengesetzten Maschinen, wenn man dabei die Reibung und sonstigen Hindernisse unbeachtet lässt, der Grundsatz, dass sobald das Gleichgewicht zwischen der Kraft und Last gestört und Bewegung eingeleitet wird, das Produkt aus der Kraft in ihren Weg, dem Produkte aus der Last oder Gegenkraft in ihren Weg gleich ist; da aber diese Produkte die Leistungen oder Arbeiten der betreffenden Kräfte geben (§. 115), so folgt auch, dass die Leistung der Kraft oder die Größe ihrer Wirkung genau der Größe der verrichteten Arbeit gleich ist.

Wirkt z. B. eine Kraft von 1 Pfund an dem Endpunkt des längern Armes eines Hebels, wobei dieser Arm 10mal so lang als der kürzere ist, so kann diese Kraft (§. 50) einer am Endpunkt des kürzeren Armes hängenden oder widerstehenden Last von 10 Pfund das Gleichgewicht halten; soll aber diese Last auf die Höhe von z. B. 1 Fuß gehoben werden, so muß (§. 51) der Angriffspunkt der Kraft also diese selbst einen Weg von 10 Fuß zurücklegen, so, dass ihre Arbeit (§. 115) durch $1 \times 10 = 10$ F. Pf. ausgedrückt wird; nun müßte aber eine Kraft, welche das Gewicht von 10 Pfund ohne Hilfe des Hebels unmittelbar auf diese Höhe von 1 Fuß heben wollte, eine Größe von 10 Pfund haben, und in derselben Zeit den Weg von 1 Fuß zurücklegen, wodurch ihre Leistung ebenfalls $10 \times 1 = 10$ F. Pf. wäre; es wird also durch eine kleinere Kraft, welche an dieser einfachen Maschine wirkt, dadurch, dass sie in derselben Zeit einen größern Weg zurücklegen, also eine größere Geschwindigkeit als die

Last annehmen muß, genau dasselbe geleistet, was eine größere, der Last gleiche Kraft, mit einer im gleichen Verhältnisse kleinern Geschwindigkeit, ohne diese Maschine leisten könnte. Dasselbe gilt von allen wie immer konstruierten Maschinen.

Es kann daher, wenn die Leistungsfähigkeit eines Menschen überhaupt per Sekunde in runder Zahl mit 60 F. Pf. angenommen wird, diese durch keine, wie immer geartete Maschine vergrößert, sondern nur dahin modifiziert werden, daſs diese Zahl 60, welche ein Produkt aus der Kraft in den Weg oder die Geschwindigkeit vorstellt, und ohne Anwendung von Maschinen nur innerhalb ganz enger Gränzen in diese zwei Faktoren (z. B. 20 Pfund mit 3 Fuß oder 30 Pfund mit 2 Fuß, keineswegs aber mehr 2 Pfund mit 30 Fuß oder gar 1 Pfund mit 60 Fuß Geschwindigkeit) zerlegt werden kann, durch die Anwendung von Maschinen diese Zerlegung in der Art möglich wird, daſs der eine Faktor dabei jeden beliebigen Wert haben kann. So könnte man z. B., wenn es nothwendig wäre, den einen Faktor zu 300 annehmen, wodurch dann der andere $= 60 : 300 = \frac{1}{5}$ würde; es könnte also ein Mensch mit Hilfe einer Maschine, z. B. mittelst des Rades an der Welle (§. 67), bei welchem das Rad einen 10mal größern Durchmesser als die Welle hat, eine untheilbare Last von 3 Zentner oder 300 Pfund auf eine gewisse Höhe heben, was ohne Maschine unmöglich ist, und zwar dürfte er an dem Rade bloß mit einer Anstrengung von 30 Pfund arbeiten; da er aber dabei nur eine Geschwindigkeit von 2 Fuß annehmen kann, und die Geschwindigkeit der Last, nach dem angenommenen Verhältnisse der Maschine, 10mal kleiner, also nur $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ Fuß ist, so wird diese Last von 300 Pfund nur mit $\frac{1}{5}$ Fuß Geschwindigkeit gehoben, was eine Leistung oder einen Effekt von $300 \times \frac{1}{5} = 60$ F. Pf. per Sekunde gibt, welcher also um nichts größer als die Arbeit der Kraft ist, welche auch 60 F. Pf. d. i. 30 Pfund mit 2 Fuß Geschwindigkeit beträgt.

§. 118.

Die absolute Leistung eines Menschen, Pferdes u. s. w. kann also durch Anwendung von Maschinen keineswegs vergrößert werden, indem, wenn auch die Last 10 oder 100mal größer als ohne Maschine sein kann, dafür der gleichzeitig zurückgelegte Weg derselben wieder 10 oder 100mal kleiner wird; es geht im Gegentheile ein gewisser Theil der verrichteten Arbeit, welcher zur Überwindung der bei jeder Maschine vorkommenden Reibungen oder Hindernisse verwendet werden muß, für die eigentlich beabsichtigte Leistung oder den sogenannten Nutzeffekt verloren, und zwar ist dieser Verlust um so

größer, je komplizierter oder zusammengesetzter die Maschine ist, weil dabei nur um so mehr solche Hindernisse vorkommen.

Ein Mann, welcher stark genug wäre, 5 Zentner oder 500 Pfund zu heben, würde also, wenn diese Last auf eine Höhe von z. B. 4 Fuß zu heben wäre, besser thun, dieselbe unmittelbar hinaufzuheben, als sich dazu einer Maschine, wie z. B. eines Rades an der Welle, eines Flaschenzuges oder etwa gar einer Schraube zu bedienen, bei welcher die mit zu überwindende Reibung an und für sich vielleicht so viel Arbeit benöthiget als erforderlich ist, um 125 Pfund 4 Fuß hoch zu heben; denn in diesem Falle würde die Arbeit von 500 $\times$ 4 d. i. von 2000 F. Pf. nicht mehr hinreichen, sondern es müßte diese zur Überwindung der Reibung noch um 125 $\times$ 4 d. i. von 500 F. Pf. oder um 25 Prozent größer sein.

Da man also in diesem beispielweise angenommenen Fall mit einem Arbeitsaufwand von 2000 + 500 = 2500 F. Pf. nur eine wirkliche Nutzleistung von 500 Pfund 4 Fuß hoch, d. i. von 2000 F. Pf. mit dieser Maschine erreicht, welcher um $\frac{1}{5}$ oder 20 Prozent kleiner als die vorige Zahl ist, so sagt man, dass diese Maschine einen Nutzeffekt von 80 Prozent besitze, wobei sich also von selbst versteht, dass die fehlenden 20 Prozent für die Nebenhindernisse, welche bei der Maschine vorkommen, verloren gehen.

Es gibt viele Maschinen, welche selbst bei der besten Ausführung nur einen Nutzeffekt von 50 Prozent geben, so, dass also die Hälfte der Arbeit für die Reibung und sonstige Hindernisse verloren geht; diesen Verlust muß man sich übrigens so lange gefallen lassen, bis man die betreffende Arbeit auf eine mehr direkte und vortheilhaftere Weise verrichten oder ausführen kann.

Achtes Kapitel.

Vom Stoße der Körper.

§. 119.

Erklärung.

Bewegen sich die Mittelpunkte **C** und **c** (Fig. 61) zweier Kugeln in einer geraden Linie **AB** nach einerlei Richtung, und hat die vorausgehende Kugel c eine kleinere Geschwindigkeit als die nachfolgende C, so wird sie von dieser letztern

eingeholt, und es entsteht im Augenblicke des Zusammentreffens ein Stoß, welcher so lange dauert, bis sich die Geschwindigkeiten beider Kugeln ausgeglichen, oder in der Art verändert haben, daſs die vordere Kugel der nachfolgenden kein weiteres Hindernis mehr darbietet; ein solcher Stoß, der übrigens auch zwischen zwei andern Körpern stattfinden kann, wird ein gerader und zentraler genannt.

§. 120.

Nimmt man zuerst an, daſs die Kugeln oder Körper, welche auf einander stoßen, unelastisch sind, so ist der Stoß in dem Augenblicke vollendet, in welchem der vorausgehende an seiner Geschwindigkeit so viel gewonnen, dagegen der nachfolgende an Geschwindigkeit so viel verloren hat, daſs sie nun beide eine gleiche Geschwindigkeit besitzen, und mit dieser gemeinschaftlich wie ein einziger Körper fortgehen.

Haben die Körper oder Kugeln gleiche Massen, so muß die vordere Kugel durch den Stoß gerade so viel gewinnen, als die nachfolgende verliert, so, daſs wenn die ursprünglichen Geschwindigkeiten z. B. 4 und 6 Fuß (pr. Sekunde) sind, beide Kugeln nach dem Stoße mit 5 Fuß Geschwindigkeit gemeinschaftlich fortgehen. Hat nun jede Kugel eine Masse z. B. von 2 Pfund, so ist das Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit, welches man Größe der Bewegung nennt, der Kugeln vor dem Stoß $= 2 \times 4 = 8$ und $2 \times 6 = 12$, daher die Summe $= 8 + 12 = 20$; die Größe der Bewegung nach dem Stoße ist aber $2 \times 5 + 2 \times 5 = 10 + 10$, ebenfalls gleich 20.

Hat aber z. B. die vorausgehende Kugel 2 Pfund Masse und 3 Fuß Geschwindigkeit, und die nachfolgende 4 Pfund Masse und 6 Fuß Geschwindigkeit, so wird diese letztere nur 1 Fuß an Geschwindigkeit verlieren dürfen, um damit der

nur halb so großen Masse der vordern Kugel die doppelte Geschwindigkeit von 2 Fuß mitzutheilen; daher behält die nachfolgende Kugel noch 6 — 1 oder 5 Fuß Geschwindigkeit, während die vordere auf dieselbe Geschwindigkeit, nämlich auf $3 + 2 = 5$ Fuß gebracht wird. Aber auch hier ist die Summe der Größen der Bewegungen vor dem Stoße $= 4 \times 6 + 2 \times 3 = 30$ jener nach dem Stoße $= 4 \times 5 + 2 \times 5 = 30$ wieder gleich.

Da dieß nun bei allen Verhältnissen der Massen und Geschwindigkeiten der Fall sein muß, so lässt sich auch dafür überhaupt die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße berechnen. Hat z. B. die vorausgehende Kugel 12 Pfund Masse und 1 Fuß Geschwindigkeit, dagegen die nachfolgende 8 Pfund Masse und 6 Fuß Geschwindigkeit, so ist die Summe der Größen der Bewegungen vor dem Stoß $= 12 \times 1 + 8 \times 6 = 12 + 48 = 60$; ist nun x die gesuchte gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße, so ist, da beide Körper von der Masse $12 + 8 = 20$ Pfund wie ein einziger Körper fortgehen, die Größe der Bewegung nach dem Stoß $= 20x$, und da dieses Produkt dem vorigen 60 gleich sein muß, so hat x den Wert von 3 Fuß, weil $3 \times 20 = 60$ ist.

Bezeichnet man allgemein die Masse der vorausgehenden Kugel mit m, ihre Geschwindigkeit mit c, die Masse der nachfolgenden mit M und ihre Geschwindigkeit mit C, so wie endlich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße mit v, so muß $(M + m)\, v = MC + mc$ sein, woraus allgemein $v = \frac{MC + mc}{M + m}$ (a folgt. So ist für das vorige Beispiel $M = 8$, $m = 12$, $C = 6$, und $c = 1$, demnach $v = \frac{48 + 12}{20} = \frac{60}{20} = 3$, wie vorhin.

§. 121.

Stößt ein Körper von z. B. 6 Pfund Masse mit einer Geschwindigkeit von 5 Fuß zentral auf einen ruhenden Körper von z. B. 9 Pfund, so ist, da dessen Geschwindigkeit als Null anzusehen ist, die Summe der Größen der Bewe-

gungen vor dem Stoß, $6 \times 5 + 9 \times 0 = 30$; ist also wieder x die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der beiden Massen $6 + 9 = 15$ Pfund nach dem Stoße, so muß wieder 15x der vorigen Zahl 30 gleich sein, so daß also $x = 2$ Fuß ist.

In der vorigen Formel a) darf nur für den Fall, daß der eine Körper, z. B. jener von der Masse m ruht, $c = o$ gesetzt werden, wodurch man für die Geschwindigkeit v nach dem Stoß den Ausdruck $v = \frac{MC}{M + m}$ erhält.

Für das vorige Beispiel ist $M = 6$, $C = 5$ und $m = 9$, folglich $v = \frac{30}{15} = 2$, wie vorhin.

§. 122.

Bewegen sich die beiden Körper oder Kugeln in der geraden Linie AB (Fig. 61) zentral gegen einander, so zerstören sich die Geschwindigkeiten entweder ganz (wenn nämlich die Größe der Bewegung bei beiden Massen gleich groß ist) oder zum Theil, in welchem Falle sich dann der Überschuß oder Rest der Geschwindigkeit unter beide Massen so vertheilt, daß diese wieder mit gleicher Geschwindigkeit und zwar nach jener Seite fortgehen, gegen welche sich jener Körper bewegt, der das größere Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit (Größe der Bewegung) hat.

Bewegt sich z. B. ein Körper von 3 Pfund mit 6 Fuß Geschwindigkeit von links nach rechts, und der zweite von 6 Pfund mit $1\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit von rechts nach links, so ist die Größe der Bewegung des erstern Körpers $3 \times 6 = 18$, und jene des letztern $6 \times 1\frac{1}{2} = 9$, folglich ist ihre Differenz oder noch übrig bleibende Größe der Bewegung $18 - 9 = 9$; ist nun wieder x die gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider Massen $3 + 6 = 9$ Pfund nach dem Stoß, so ist diese Größe der Bewegung auch $= 9x$, und da beide einander gleich sein müßen, so folgt $x = 1$, d. h. die Körper gehen nach

dem Stoße mit 1 Fuß Geschwindigkeit und zwar von links nach rechts fort.

In der obigen Formel a) (§. 120) darf nur eine der beiden Geschwindigkeiten, wegen der entgegengesetzten Bewegung, mit negativen Zeichen genommen werden; nimmt man z. B. c negativ, so wird die Geschwindigkeit nach dem Stoß $v = \frac{MC - mc}{M + m}$ und die Bewegung findet in der Richtung des Körpers von der Masse M oder jenes von m statt, je nachdem $MC > mc$ oder $MC < mc$, d. i. je nachdem v positiv oder negativ ausfällt.

Für das vorige Beispiel ist $M = 3$, $C = 6$, $m = 6$ und $c = 1\frac{1}{2}$, daher $v = \frac{18 - 9}{9} = \frac{9}{9} = 1$ wie zuvor.

Für $MC = mc$ ist $v = 0$, es kann also eine große Masse M mit einer kleinen Geschwindigkeit C dieselbe Größe der Bewegung haben, wie eine kleine Masse m mit einer großen Geschwindigkeit c; in diesem Falle ist $M : m = c : C$ d. h. zwei Körper haben gleiche Größe der Bewegung, wenn sich ihre Massen verkehrt wie ihre Geschwindigkeiten verhalten. So hat beim Eisgang eine Masse von 100 Zentner oder 10000 Pfund Eis, welche sich nur mit 1 Fuß Geschwindigkeit gegen einen Brückenpfeiler bewegt, dieselbe Kraft wie eine 10pfündige Kanonenkugel, welche mit 1000 Fuß Geschwindigkeit abgeschossen wird; gleichwohl aber werden sich ihre Wirkungen dabei verschieden äußern.

§. 123.

Sind die Körper oder Kugeln, welche vorhin betrachtet wurden, elastisch, so drücken sich diese bei dem Zusammenstoßen zuerst bis auf eine gewisse Größe zusammen, dehnen sich aber gleich darauf wieder so weit aus, daſs sich die ursprüngliche Form der Kugeln, bei vollkommener Elastizität genau wieder herstellt; dadurch wirken die Kugeln noch einmal aufeinander, so daſs sich sowohl der Gewinn, als auch der Verlust an Geschwindigkeit verdoppelt.

Um daher für alle Fälle die Geschwindigkeit jeder Kugel nach dem Stoße zu finden, sieht man die Kugeln zuerst als unelastisch an, sucht nach den vorigen Paragrafen, wie viel die eine Kugel an Geschwindigkeit gewonnen und die andere

verloren hat, und nimmt dann sowohl den Gewinnst als auch den Verlust doppelt.

§. 124.

Sind z. B. die beiden im §. 120 angenommenen Kugeln von 12 und 8 Pfund, die sich nach derselben Richtung mit 1 und 6 Fuß Geschwindigkeit bewegen, elastisch, so ist, da sie als unelastisch angesehen nach dem Stoß (§. 120) mit der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit von 3 Fuß fortgehen, der Gewinn an Geschwindigkeit der vorausgehenden Kugel $3 - 1 = 2$, und der Verlust für die nachfolgende $6 - 3 = 3$ Fuß; diese Zahlen doppelt genommen, gibt 4 Fuß Gewinn und 6 Fuß Verlust, also hat nach dem Stoße der elastischen Kugeln, die vorausgehende $1 + 4$ oder 5 Fuß, die nachfolgende $6 - 6$ oder Null Geschwindigkeit d. h. es geht die vordere Kugel mit 5 Fuß Geschwindigkeit in ihrer ursprünglichen Richtung fort, während die nachfolgende im Augenblicke des Zusammenstoßes liegen bleibt.

In dem Beispiele von §. 121, gewinnt der ruhende Körper die Geschwindigkeit von $2 - 0 = 2$ Fuß, während der anstoßende jene $5 - 2 = 3$ Fuß verliert; es ist daher, wenn die Kugeln oder Körper elastisch sind, der Gewinnst 4 und der Verlust 6 Fuß, es geht also die ruhende Kugel nach dem Stoß mit $0 + 4 = 4$ und die anstoßende mit $5 - 6 = -1$ Fuß fort, wobei das negative Zeichen eine entgegengesetzte Bewegung andeutet, so, daſs also die anstoßende Kugel mit 1 Fuß Geschwindigkeit zurückspringt.

Im Beispiele des §. 122 verlieren beide Kugeln an ihren Geschwindigkeiten, und zwar jene von 3 Pfund $6 - 1 = 5$, und die andere, da sie zuerst ihre ganze Geschwindigkeit von $1\frac{1}{2}$ Fuß nach der ursprünglichen Richtung verliert und dann mit 1 Fuß Geschwindigkeit umkehren muß, zusammen $1\frac{1}{2} + 1 = 2\frac{1}{2}$ Fuß $(1\frac{1}{2} - (-1))$; diese Verluste doppelt genommen, erhält man beziehungsweise 10 und 5 Fuß; es behält also die Kugel von 3 Pfund die Geschwindigkeit $6 - 10 = -4$, und jene von 6 Pfund $1\frac{1}{2} - 5 = -3\frac{1}{2}$ Fuß, d. h. sie springen mit diesen Geschwindigkeiten zurück.

Stoßen zwei elastische Kugeln von gleichen Massen, welche sich nach einerlei Richtung bewegen zusammen, so findet man, daſs sich ihre Geschwindigkeiten austauschen oder verwechseln. Dieß gilt auch noch für den Fall, daſs die eine Kugel ruht, weil

dann die anstoßende Kugel liegen bleibt, die gestoßene dagegen mit jener Geschwindigkeit fortgeht, mit welcher die anstoßende ankommt.

Stoßen zwei solche Kugeln von gleichen Massen gegeneinander, so springen sie nach dem Stoße ebenfalls mit verwechselten Geschwindigkeiten zurück.

Haben beide Kugeln eine gleiche Größe der Bewegung, so springt jede mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie anstößt.

Stößt endlich eine elastische Kugel gegen einen festen oder unbeweglichen Körper, (wobei man dessen Masse in der Rechnung als unendlich groß ansieht), so springt diese mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie anstößt.

Neuntes Kapitel.

Von der Reibung.

§. 125.

Erklärung.

Obschon ein auf einem horizontalen Tische **AB** (**Fig. 62**) liegender Körper **M**, weil dessen Gewicht gänzlich aufgehoben ist, durch die kleinste Kraft sollte fortgeschoben werden können, so weiß man doch, daſs dazu oft eine sehr bedeutende, immer aber eine größere oder kleinere Kraft nothwendig ist, je nachdem die beiden Berührungsflächen mehr oder weniger rauh und das Gewicht des Körpers größer oder kleiner ist; es setzen nämlich die sich berührenden Flächen des Körpers und Tisches der Bewegung einen Widerstand durch ihre Rauhigkeiten, die in einem gewissen Grade selbst noch bei den best polierten Körpern oder Flächen vorhanden sind, dadurch entgegen, daſs die Erhöhungen der einen gleichsam in die Vertiefungen der andern Fläche eingreifen, und so entweder abgebrochen oder übereinander weggehoben werden müßen. Man nennt diesen Widerstand die Reibung oder Frikzion, und

zwar in diesem angeführten Falle, in welchem die Flächen übereinander weggleiten, die gleitende Reibung, während sie bei dem Drehen eines Zapfens c in seiner Pfanne **b** (**Fig. 63**) die drehende oder Zapfenreibung, und bei dem Fortrollen eines Rades oder einer Kugel die rollende oder wälzende Reibung genannt wird.

Man kann die Reibung immer als eine der Bewegung entgegenwirkende Kraft oder als eine Last ansehen, welche so groß, wie die zur Überwindung der Reibung nöthige Kraft ist.

§. 126.

Reibungscoeffizient.

Hat das vorhin erwähnte Prisma oder der Körper **M** (**Fig. 62**) z. B. ein Gewicht von **30** Pfund oder wird er überhaupt mit dieser Kraft gegen die horizontale Unterlage **AB** gedrückt, und muß man an die an dem Körper befestigte und horizontal fortgeführte Schnur bei **q** ein Gewicht von z. B. **6** Pfund anhängen, damit das Prisma bei dem geringsten Anstoß (um es aus der Ruhe zu bringen) mit gleichförmiger Bewegung (§. **90**) über den horizontalen Tisch oder die Unterlage **AB** weggleitet, so beträgt die Reibung **6** Pfund, und man nennt den Bruch $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ oder Quozienten des Druckes zwischen den beiden sich reibenden Flächen in die Reibung, den Reibungscoeffizienten, weil man den Druck der reibenden Flächen damit multiplizieren muß, um den Betrag der Reibung zu erhalten (indem $\frac{1}{5} \times 30 = 6$ ist).

§. 127.

Die Versuche zeigen, dafs dieser Coeffizient für zwei bestimmte Flächen, wie z. B. für Holz auf Eisen, wenn auch

der Druck zwischen denselben noch so sehr verschieden ist, wenn nur die übrigen Verhältnisse oder Umstände die nämlichen bleiben, denselben Wert beibehält, so zwar, dass wenn in dem vorigen Falle das Prisma z. B. mit 40 Pfund gegen die Unterlage gedrückt würde, zur Überwindung der Reibung in q ein Gewicht von 8 Pfund nothwendig, also der Reibungscoeffizient $= \frac{8}{40}$, wieder wie zuvor $\frac{1}{5}$ sein würde.

Diese Eigenschaft gewährt den Vortheil, dass wenn der Reibungscoeffizient für zwei Flächen oder Körper einmal bekannt ist, man jederzeit die zwischen zwei eben solchen Flächen stattfindende Reibung berechnen kann. Waren z. B. bei dem vorigen Versuche, welcher den Reibungscoeffizienten $\frac{1}{5}$ gegeben hat, sowohl die untere Fläche des Prisma als auch die obere Fläche der Unterlage Schmiedeisen, fand nämlich die Reibung von Eisen auf Eisen statt, und waren die Flächen mittelmäßig poliert und nicht eingeschmiert, so wird man in einem vorkommenden Falle, wo ein eisernes Prisma von 200 Pfund im Gewichte auf einer eisernen Unterlage, ohne eingeschmiert zu sein, und wobei die Flächen ebenfalls als mittelmäßig poliert angesehen werden können, weggleitet, die entstehende Reibung zu $\frac{1}{5} \times 200$, d. i. zu 40 Pfund annehmen können.

Durch sorgfältige und oft wiederholte Versuche sind bereits die Reibungscoeffizienten für die am meisten in der ausübenden Mechanik vorkommenden Körper gefunden, und davon die Mittelwerte (weil eine absolut genaue Übereinstimmung verschiedener Versuche unmöglich ist) in eigene Tafeln, wovon auch eine kleine im Anhange (Tafel I) mitgetheilt ist, und zwar gewöhnlich in Dezimalbrüchen (wo also statt $\frac{1}{5}$ die Zahl 0·20 steht) eingetragen worden.

§. 128.

Gesetze der gleitenden Reibung.

Die hierüber angestellten Versuche haben gezeigt, dass die Stärke der Reibung 1stens von der Größe der sich

reibenden Flächen, wenn diese nur nicht so schmal werden, dass sie einschneiden oder Furchen machen, unabhängig, dass es also einerlei ist, ob das Prisma **M** in (Fig. 62) mit der breiten Fläche a oder mit der schmalen Kante b auf der Unterlage bewegt wird; dass diese 2tens auch von der Geschwindigkeit der Bewegung, so lange dadurch keine Veränderung in den Oberflächen entsteht, nicht abhängt; dass 3tens die Reibung von der Ruhe aus größer als während der Bewegung ist; dass 4tens, wenn einmal der Druck zwischen den reibenden Flächen groß genug ist (damit der Einfluss der Adhäsion wegfällt) der Betrag der Reibung diesem Drucke proporzional ist, und dass endlich 5tens die Reibung durch das Einschmieren mit Seife, Unschlitt, Schweinschmalz, Öhl u. dgl. nicht nur bedeutend vermindert, sondern auch noch jener Unterschied, welcher sonst aus der Verschiedenartigkeit der sich reibenden Flächen herrührt, gänzlich aufgehoben wird, so dass es dann gleichgiltig ist, ob sich Eisen auf Eisen, oder Messing, oder Holz u. s. w. reibt, was sonst einen, wenn auch nur geringen, Unterschied in dem Betrage der Reibung erzeugt.

§. 129.

Ein auf einer schiefen Ebene liegender Körper würde ohne Reibung selbst bei dem kleinsten Neigungswinkel (§. 72) herabgleiten; in Folge der durch seinen Normaldruck gegen die schiefe Ebene entstehende Reibung jedoch, muß dieser Winkel, damit dieses Herabgleiten (wieder nach einem kleinen Anstoß, wie im §. 126) stattfinden oder beginnen kann, jedenfalls eine solche Größe erreichen, dass dafür das relative Gewicht des Körpers (§. 73) dem Betrag der Reibung gleich wird.

Ohne Reibung würde auch das Herabgleiten (§. 105) mit gleichförmig beschleunigter Bewegung geschehen, während es, so lange der

Neigungswinkel nicht größer wird, als eben erwähnt worden, gleichförmig stattfindet.

Die Reibung ist einer Kraft, welche den Körper über die schiefe Ebene hinaufziehen soll, hinderlich, dagegen einer Kraft, welche den Körper auf der schiefen Ebene erhalten oder das Hinabgleiten hindern soll, förderlich.

§. 130.

Beispiel.

Es betrage z. B. bei dem Rad an der Welle in Fig. 37 (§. 66) der Druck auf jeden der beiden Zapfen 150 Pfund, und es sei der betreffende Reibungscoeffizient (Metall auf Metall mit gehöriger Schmiere) $= \frac{1}{10}$ oder 0·10, so ist der Betrag der Reibung am Umfange eines jeden Zapfens $= \frac{1}{10} \times 150 = 15$ Pfund, d. h. man kann sich vorstellen, daſs durch Umdrehung der Welle N (Fig. 63) in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung ein Gewicht q von 15 Pfund an der Peripherie eines jeden der beiden Zapfen aufgewunden werden müßte.

Ist daher der Halbmesser des Zapfens cb = 2 Zoll, und der Halbmesser des Rades, an dessen Peripherie die Kraft wirkt ca = 2 Fuß, so wie p die Kraft, welche hier angebracht die Reibung überwinden kann, so findet für das Gleichgewicht zwischen dieser Kraft und der als Last angesehenen Reibung, nach §. 67 (wobei der Zapfen die Welle vorstellt) die Proporzion statt: $p : 15 = 2 : 24 = 1 : 12$, woraus für einen Zapfen $p = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, folglich für beide Zapfen eine Kraft p, von 2mal $1\frac{1}{4}$, d. i. von $2\frac{1}{2}$ Pfund folgt, welche sonach am Umfange des Rades oder überhaupt in der Entfernung von 2 Fuß angebracht werden muß, um diese Reibung zu überwinden.

Man hätte auch so rechnen können, als ob nur ein Zapfen vorhanden wäre, und dieser den gesammten Druck von 300 Pfund auszuhalten hätte, weil dafür die Reibung $\frac{1}{10} \times 300 = 30$ Pfund und aus $p' : 30 = 1 : 12$, sofort $p' = \frac{30}{12} = 2\frac{1}{2}$ Pfund, wie vorhin erhalten worden wäre.

Wird das Rad z. B. in jeder Sekunde 1mal umgedreht, so macht diese Kraft, da ihr Angriffspunkt einen Kreis von 2 Fuß Halbmesser beschreibt, einen Weg von nahe 4 × 3·14 = 12·56 Fuß pr. Sekunde, es ist daher die Arbeit dieser Kraft (§. 115) während dieser Zeit 2·5 × 12·56 = 31·4 F. Pf. oder $\frac{31·4}{430}$ d. i. nahe $\frac{1}{14}$ Pferdekraft (§. 115). Diese von der Reibung erschöpfte Arbeit der bewegenden Kraft kann man einfacher aus der Reibung selbst finden, da diese nämlich auf den Umfang eines einzigen Zapfens reduziert 30 Pfund, und der Umfang des Zapfens 4 × 3·14 d. i. 12·56 Zoll oder 12·56 : 12 = 1·05 Fuß beträgt, so ist die Arbeit der Reibung pr. Sekunde (in welcher Zeit sich der Zapfen umdreht) 30 × 1·05 = 31·5 oder wieder nahe 31·4 Fuß Pf.

§. 131.

Obschon die Reibung in der Mechanik fast immer ein großes Hindernis bildet und viele Kraft in Anspruch nimmt, welche für den Nutzeffekt (§. 118) verloren geht, so gibt es doch wieder Fälle, wo uns dieser Widerstand sehr zu statten kommt. So wäre z. B. ohne Reibung das Gehen sogar auf einer horizontalen Fläche schon sehr gefährlich, ganz unmöglich aber auf einem Abhange oder einer auch noch so sanften schiefen Ebene, wie wir uns bei Glatteis überzeugen können, wo man, um die Reibung zu vergrößern, Asche oder Sand streuen muß. Der Keil und die Schraube würden ohne Reibung bedeutend an ihrer Brauchbarkeit verlieren, indem ersterer auf jeden Schlag, letztere bei jedem Druck, welchen sie ausüben soll, zurückspringen würde u. s. w.

Die wälzende oder rollende Reibung ist im Vergleiche mit der gleitenden oder auch der Zapfenreibung so unbedeutend, dass man diese gewöhnlich in der Rechnung ganz unberücksichtigt lassen kann. Aus diesem Grunde legt man auch oft unter eine nur auf kurze Strecken fortzuschaffende Last Walzen, auf welchen die Last fortgerollt wird.

Bei unsern Fuhrwerken haben die Pferde nicht etwa die aufgeladenen Lasten, sondern nur die Reibung zu überwinden, welche in den Achsen der Räder und hauptsächlich bei schlechter Straße am Umfange derselben entsteht, welche allerdings im Verhältnis der Ladung der Wägen zunimmt; so beträgt diese Reibung oder nöthige Zugkraft bei einer reinen, guten Straße im Mittel den 33sten, bei einer Straße mit tiefem Sand den 8ten Theil der ganzen Last.

Dritter Abschnitt.

Von der Hydrostatik oder dem Gleichgewichte tropfbar flüssiger Körper.

Erstes Kapitel.

Von den besondern Eigenschaften der tropfbar flüssigen Körper.

§. 132.

Erklärungen.

Obschon in diesem Abschnitt der Kürze wegen vorzüglich vom Wasser die Rede ist, so beziehen sich die dafür abgeleiteten Eigenschaften und Gesetze dennoch auch auf die übrigen tropfbaren Flüssigkeiten, wie Öhl, Weingeist, Quecksilber u. s. w., so lange nämlich diese Körper ihre flüssige Form beibehalten.

Die Oberfläche des in einem Gefäße, Teiche, Kanale u. s. w. befindlichen Wassers wird (besonders wenn diese ruhig oder glatt ist) der Wasserspiegel genannt; ein in der Wassermasse gedachtes lothrechtes Prisma von was immer für einer Grundfläche heißt Wassersäule, und wenn dabei die Grundfläche sehr oder unendlich klein ist, Wasserfaden.

§. 133.

Unveränderte Fortpflanzung des Wasserdruckes.

Wegen der absolut leichten Verschiebbarkeit und Beweglichkeit der Wassertheilchen muß, sobald das Gleichgewicht oder die Ruhe eingetreten ist, jedes Theilchen sowohl von allen Seiten her einen gleichen Druck erhalten, als auch diesen Druck wieder nach allen Seiten hin ausüben oder fortpflanzen. Ist z. B. das Gefäß **AB** (**Fig. 64**) bis auf die Höhe **DE** mit Wasser gefüllt, so erleidet das im Innern wo immer angenommene Wassertheilchen **n** von oben nach unten, folglich auch von unten nach oben, einen Druck, welcher dem Gewichte des darüber stehenden Wasserfadens **in** gleich ist; dieser Druck wird aber nicht bloß nach unten auf **m**, sondern auch rund herum gegen die Gefäßwand in der Art fortgepflanzt, daſs der in derselben horizontalen Schichte oder gleich tief unter dem Wasserspiegel liegende Punkt **b** der Wand ebenfalls den nämlichen Druck erleidet.

Auf dieser Eigenschaft der gleichen Fortpflanzung des Wasserdruckes beruht u. A. die außerordenliche Wirksamkeit der heut zu Tag so wichtigen Hydraulischen (Bramah'schen oder hydrostatischen) Presse, bei welcher ein enger Cylinder **n** (**Fig. 65**) mit einem viel weiteren **N** durch ein Rohr **m** in Verbindung steht, und wobei sich in jedem dieser beiden Zilinder ein Kolben oder Stämpel luft- und wasserdicht auf- und abschieben läſst. Ist nun der innere Raum **Nmn** mit Wasser ausgefüllt, und wird auf den kleinen Kolben **ab** (gewöhnlich ein sogenannter Druck- oder Pumpenkolben), dessen Grundfläche $= f$ sein mag, ein Druck $= p$ ausgeübt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser auf den großen Kolben **AB**, welcher mit der beweglichen Pressplatte **M** in Verbindung steht und dessen Grundfläche die Größe **F** haben soll, mit gleicher Stärke in der Art fort, daſs jeder Theil desselben, welcher die Größe **f** hat, den Druck **p** erleidet: da nun **f** in **F** offenbar $\frac{F}{f}$ mal enthalten ist, so ist auch der ganze auf die Kolbenfläche **F** stattfindende Druck $Q = \frac{F}{f}\,p$.

Ist z. B. f = 1 Quadratzoll, F = 6 Quadratfuß oder 864 Quadratzoll und p = 200 Pfund, so wird $Q = \frac{864}{1} . 200 =$ 172800 Pfund. Da übrigens nach dem bekannten Satze von $pS = Qs$, $s : S = p : Q = 200 : 172800 = 1 : 864$ stattfindet, so folgt, dass beim Niederdrücken des kleinen Kolbens von z. B. 1 Zoll, der große Kolben (sammt der Pressplatte) nur um $\frac{1}{864}$ Zoll in die Höhe geht. Wirkt die eigentliche Kraft P an dem Endpunkt D des um C drehbaren Hebels, und ist E der Einhängpunkt des kleinen Kolbens, so wie das Verhältnis von CE : CD wie 1 : 10, so braucht die Kraft nicht größer als $\frac{200}{10} = 20$ Pfund zu sein, dafür macht aber der kleine Kolben nur den Weg von $\frac{1}{10}$ Zoll, wenn die Kraft P den Weg von 1 Zoll beschreibt, also ist $P : Q = 1 : 8640$ und Weg der Last Q : Weg der Kraft P ebenfalls wie 1 : 8640.

Auch hier ist auf die Reibung keine Rücksicht genommen, wodurch diese Zahlen einige Änderungen erleiden würden.

§. 134.

Gestalt der freien Oberfläche des Wassers.

Vermöge der im vorigen §. erwähnten leichten Verschiebbarkeit der Wassertheilchen, können diese an der Oberfläche DE (Fig. 64) nur im Gleichgewichte stehen, wenn die Schwerkraft auf jedes einzelne Theilchen normal wirkt; da nun bei einer nicht zu großen Ausdehnung die Richtungen der Schwere (obschon diese wie im §. 32 bereits bemerkt wurde, im Mittelpunkt der Erde zusammen laufen) als parallel angesehen werden können, und diese zugleich lothrecht sind, da ferner auch kein Theilchen höher oder tiefer als die benachbarten Theilchen liegen kann, ohne in eine Bewegung zu kommen, so bildet die Oberfläche des Wassers bei nicht zu großer Ausdehnung im Stande der Ruhe eine horizontale Ebene.

Bei großen Ausdehnungen, wie z. B. bei dem Weltmeere bildet die Wasserfläche, eben weil die Richtungen der Schwere nach dem Mittelpunkt der Erdkugel gehen und weil nur dadurch alle Punkte des Wasserspiegels einen gleichen Abstand vom Mittelpunkte der Kugel besitzen, also nur dadurch kein Theilchen höher als das andere liegt, einen Theil dieser Kugelfläche. Auch ist aus der Geometrie bekannt, dass jeder Halbmesser der Kugel auf dem betreffenden Flächenelement der Kugel normal steht, also dadurch auch die Bedingung des Gleichgewichtes für die Wasserelemente erfüllt wird.

Zweites Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen den Boden und die Seitenwände der Gefäße.

§. 135.

Bodendruck.

Steht das Wasser in dem prismatischen oder zilindrischen Gefäße ad (Fig. 66, 1) bis auf die Höhe mn, so hat der Boden desselben einen Druck auszuhalten, welcher dem Gewichte des Wasserprisma an gleich ist; hat daher die Bodenfläche allgemein genommen f Quadratfuß, und ist die Höhe des Wasserstandes am gleich h Fuß, so beträgt der kubische Inhalt des im Gefäße befindlichen Wassers fh Kubikfuß, also, da man das Gewicht von 1 Kubikfuß Wasser zu $56\frac{1}{2}$ Pfund rechnen kann, dessen Gewicht, oder der Druck D des Wassers auf den Boden: $D = 56\frac{1}{2}hf$ Pfunde.

Ist z. B. die Bodenfläche ein Rechteck von 1 und 2 Fuß Seite also von 2 Quadratfuß Fläche, und steht der Wasserspiegel 3 Fuß hoch über dem Boden, so ist der Bodendruck $D = 56\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 339$ Pfund; dabei ist es gleichgültig, ob das Prisma gerade oder schief ist.

§. 136.

Haben die beiden Gefäße 2 und 3 in Fig. 66, wovon sich das erstere nach oben erweitert, das andere dagegen verengt, mit dem vorigen Gefäße 1 die nämliche Grundfläche, und steht auch das Wasser in allen diesen drei Gefäßen gleich hoch, so ist auch der Bodendruck in diesen beiden letztern Fällen genau wieder so groß als im erstern Gefäße; denn obschon im Gefäße 2 mehr, und in jenem 3 weniger Wasser als in

dem ersten Gefäße 1 enthalten ist, so wird gleichwohl im Gefäße 2 der von dem Wasser moa, rbn ausgeübte Druck von der Gefäßwand aufgehoben, und im Gefäße 3 der Punkt i, obschon er nur den kürzern Wasserfaden si zu tragen hat, eben so stark als der Punkt o gedrückt, welcher nämlich die ganze Höhe ro des Wasserfadens bis zum Wasserspiegel trägt, weil nämlich (§. 133) der Punkt s an und für sich schon mit einer Kraft nach abwärts gedrückt wird, welche dem Drucke eines gleich tief liegenden Wassertheilchens t, nämlich dem Gewichte des Wasserfadens rt gleich ist, wodurch also der Druck auf den Punkt i dem Gewichte der Wasserfäden rt + si d. i. dem Gewichte von rt + to = ro gleich wird. Da nun in den drei Gefäßen (1, 2, 3) die Bodenfläche die gleiche ist, und jeder Punkt derselben einen Druck auszuhalten hat, welcher dem Gewichte eines darüberstehenden Wasserfadens, von der Höhe am des Wasserstandes, der ebenfalls in allen drei Gefäßen als gleich groß angenommen wurde, gleich ist, so ist auch der Bodendruck in allen diesen Gefäßen ohne Unterschied, in Pfunden ausgedrückt:

$$D = 56\cdot5fh \quad . \ . \ (1$$

wobei man jedoch die Wasserstandshöhe am = h in Fußen und die Bodenfläche f in Quadratfußen ausdrücken muß; es hängt also der Wasserdruck auf den Boden eines Gefäßes keineswegs von der Form desselben, sondern einzig und allein von der Größe der Bodenfläche und der Höhe des Wasserstandes ab.

Man kann also z. B. mit wenigen Pfunden Wasser einen starken Fassboden, wenn dieser eine bedeutende Größe hat, dadurch aussprengen, dass man auf dem obern Boden eine enge Röhre aufsetzt, und sowohl das ganze Fass als auch diese Röhre mit Wasser füllt; denn der auf diesen Boden von innen nach außen entstehende Druck ist so groß, wie das Gewicht eines Wasserzilinders, welcher den Fassboden zur Grundfläche und den Wasserstand im Rohr zur Höhe hat.

Man nennt diesen Druck, welcher in manchen Fällen vortheilhaft benützt, sehr oft aber z. B. bei Wasserbauten nachtheilig und zerstörend wirkt, den hydrostatischen Druck.

§. 137.

Seitendruck.

Es ist schon im §. 133 bemerkt worden, daſs jeder Punkt b der Gefäßwand AE (Fig. 64) einen Druck auszuhalten hat, welcher so groß als das Gewicht eines Wasserfadens von der betreffenden Höhe cb ist; um daher den Druck auf eine bestimmte Fläche der Seitenwand BC, z. B. auf das Rechteck ad des mit Wasser gefüllten parallelopipedischen Gefäßes AB (Fig. 64) zu finden, darf man nur das Gewicht eines Wasserprisma berechnen, welches dieses Rechteck zur Grundfläche und den Abstand of des Schwerpunktes o vom Wasserspiegel zur Höhe hat; denn um eben so viel als der Druck auf die über diesen Mittelpunkt gelegenen Punkte geringer, um eben so viel ist der Druck auf die tiefer liegenden Punkte dieses Rechteckes wieder größer als der Druck auf jene Punkte, die mit diesem Schwerpunkt in gleicher Tiefe liegen, so, daſs also der Druck auf diesen Punkt als der mittlere anzusehen ist.

Soll z. B. der Druck auf die rechteckige Seitenwand von 3 Fuß Breite und 4 Fuß Höhe eines mit Wasser voll gefüllten senkrechten Gefäßes berechnet werden, so ist, da der Schwerpunkt dieses Rechteckes um 2 Fuß unterm Wasserspiegel liegt, das Gewicht eines Wasserprisma von $3 \times 4 = 12$ Quadratfuß Grundfläche und 2 Fuß Höhe $= 12 \times 2 \times 56\frac{1}{2} = 1356$ Pfund, und eben so groß ist auch der Druck auf diese Seitenwand.

§. 138.

Reakzion des Wassers.

Da der Seitendruck auf irgend einen Punkt r der Seitenwand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes AB (Fig. 67)

durch einen gleich großen Gegendruck auf einen in gleicher Tiefe auf der entgegengesetzten Seitenwand liegenden Punkt s aufgehoben wird, so haben alle die in einem Gefäße von was immer für einer Form stattfindenden Seitendrücke auf die Stabilität desselben keinen Einfluss, d. h. das Gefäß erhält dadurch nach keiner Seite hin ein Bestreben umzufallen. Wird dagegen die Gefäßwand an irgend einer Stelle b durchbohrt, so, dass das Wasser an dieser Stelle ausfließen kann, so hört hier an diesem Punkte der Seitendruck auf das Gefäß auf, während er auf der entgegengesetzten Seite in a noch stattfindet; dadurch entsteht also ein einseitiger Druck, welcher die Reakzion des Wassers genannt wird, und das Bestreben äußert, das Gefäß in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung umzuwerfen.

Man benützt diese Kraft vorzüglich in dem sogenannten Segner'schen Wasserrade, bei welchem das Wasser durch die Reakzion wirkt und das Rad um seine vertikal stehende Achse dreht. Dasselbe Prinzip liegt auch den heut zu Tage häufig zur Anwendung kommenden Kreiselrädern oder Turbinen zu Grunde.

Drittes Kapitel.

Von dem Gewichtsverluste eingetauchter Körper und von den kommunizierenden Gefäßen.

§. 139.

Archimedischer Satz.

Wird was immer für ein Körper z. B. der eiserne Würfel m (Fig. 68) von 1 Kubikzoll ganz unter Wasser getaucht, so trägt dieses von dem Gewichte des Würfels gerade so viel, als der von dem Würfel verdrängte Kubikzoll Wasser wiegt; denn so wie früher das Wasser, welches die

Stelle des Würfels einnahm, von dem umgebenden Wasser durch den Druck von unten nach oben getragen, oder das Gewicht dieses Kubikzolls Wasser aufgehoben wurde (weil sonst kein Gleichgewicht stattgefunden hätte), eben so wird, da dieses umgebende Wasser auf den eingetauchten Würfel eben so wirkt, von seinem Gewichte ein gleich großer Theil, d. i. das Gewicht von 1 Kubikzoll Wasser, aufgehoben. (Würde dieser Würfel in Öhl oder Quecksilber getaucht, so würde er um das Gewicht von 1 Kubikzoll Öhl oder Quecksilber leichter).

Wiegt nun der Kubikzoll Wasser, welcher von dem Würfel verdrängt wird, 1 Loth und der eiserne Würfel 8 Loth, so wird dieser letzte, wenn er z. B. mit einem feinen Faden an die kürzere Schale **B** der deshalb so genannten hydrostatischen Wage **CD** gehängt und in das Wasser getaucht wird, nun nicht mehr 8, sondern um ein Loth weniger, d. i. 7 Loth wiegen, so, daſs man auf die Gegenschale **A** nur 7 Loth auflegen darf, um das Gleichgewicht mit diesem eingetauchten Würfel herzustellen.

Diese zuerst von Archimedes entdeckte Eigenschaft gilt für jede Form und Gestalt der in was immer für Flüssigkeiten (luftförmige nicht ausgenommen) eingetauchten Körper, so daſs also jeder in irgend eine Flüssigkeit eingetauchte Körper so viel von seinem Gewichte verliert, als der dadurch verdrängte Theil der betreffenden Flüssigkeit wiegt.

§. 140.

Ein Körper dessen spezifisches Gewicht größer als 1, nämlich größer als jenes des Wassers ist (§. 35) muß in demselben gänzlich untersinken, weil er durch das Eintauchen in das Wasser nur einen Theil seines Gewichtes verliert.

So gehen z. B. massive Metallstücke, Steine u. s. w. im Wasser unter; sie können jedoch auf Quecksilber schwimmen, wenn ihr spezifisches Gewicht kleiner als jenes des Quecksilbers ist.

§. 141.

Hat ein Körper dasselbe spezifische Gewicht wie das Wasser, so verliert er in demselben sein ganzes Gewicht, und er kann in jeder Tiefe desselben schwimmen.

Dieß findet z. B. bei den Fischen statt, deren spezifisches Gewicht, jenes des Wassers = 1 gesetzt, nahe mit 1·078 angenommen werden kann.

§. 142.

Ist endlich ein Körper spezifisch leichter als das Wasser, nämlich dessen spezifisches Gewicht kleiner als 1, so kann derselbe im Wasser (wenn er freigelassen wird) nur so weit einsinken oder eintauchen, bis das Wasser unter dem Volumen des eingetauchten Theiles eben so viel wie der ganze Körper wiegt; ein solcher Körper wird daher auf der Oberfläche des Wassers schwimmen und nicht untergehen.

So würde z. B. eine hölzerne Kugel, deren spezifisches Gewicht = 0·5 oder $\frac{1}{2}$ wäre, im Wasser gerade nur bis zur Hälfte eintauchen, weil wenn die Kugel etwa 20 Kubikzoll hält und daher, wenn man das Gewicht von 1 Kubikzoll Wasser mit 1 Loth rechnet (genauer ist es = 1·046 Loth) 10 Loth wiegt, vom Wasser schon 10 Kubikzoll, nämlich das Volumen der halben Kugel, dasselbe Gewicht von 10 Loth haben würde, so daſs die Kugel nur bis zur Hälfte im Wasser einzusinken braucht, um ein der Kugel gleiches Gewicht von Wasser zu verdrängen oder ihr ganzes Gewicht von 10 Loth zu verlieren.

Ist die Kugel hohl, so kann sie sogar aus Metall d. i. aus einem Materiale bestehen, welches spezifisch schwerer als das Wasser ist und gleichwohl auf demselben schwimmen; dazu ist nur erforderlich, daſs ihr äußeres Volumen so groß sei, daſs ein gleiches Volumen Wasser mehr Gewicht als die Kugel habe (oder wie man zu sagen pflegt, schwerer als die Kugel sei). So können z. B. große eiserne Schiffe außer ihrem eigenen Gewichte noch bedeutende Lasten tragen, indem durch ihre eigenthümliche Bauart selbst durch das

Einsinken um nur einige Zolle schon mehrere Hunderte Zentner Wasser verdrängt werden.

Aus einem leicht einzusehenden Grunde kann ein Körper im reinen Flusswasser schon untergehen, im schwerern Seewasser dagegen noch schwimmen.

Auf dem Archimedischen Satze beruht sowohl die Theorie der Senkwagen oder Aräometer (Fig. 69) als auch die Methode, das spezifische Gewicht der Körper zu bestimmen, was in der Physik näher erörtert wird.

§. 143.

Kommunizierende Gefäße.

Taucht man in ein zum Theile mit Wasser gefülltes Gefäß AB (Fig. 70) einen festen Körper M, von einer beliebigen Form ein, so steigt der Wasserspiegel bis auf eine gewisse Höhe CD und bildet, so bald er wieder ruhig geworden ist, (§. 134) eine horizontale Ebene; das Wasser wird daher in dem Raume m eben so hoch, wie in jenem n stehen, d. i. es wird, wenn AB horizontal ist, AC = BD sein.

§. 144.

Ganz auf die nämliche Art wird sich auch in zwei mit einander in Verbindung stehenden (d. i. kommunizierenden) Röhren oder Gefäßen (wozu auch das vorige Gefäß gehört, sobald man sich den eingetauchten Theil M damit auf irgend eine Weise fest verbunden denkt) Ac und Bd (Fig. 71) das Wasser gleich hoch stehen, so, dass die beiden Wasserspiegel rs und ti in ein und derselben horizontalen Ebene liegen.

Dasselbe gilt natürlich auch, wenn man statt Wasser irgend eine andere tropfbare Flüssigkeit, wie Öhl, Weingeist, Quecksilber u. s. w., nimmt.

Auf diese Eigenschaft der kommunizierenden Gefäße gründet sich u. A. die Erscheinung, dass das Wasser in jenen Brunnen, welche mit einem höher (z. B. auf einem Berge) gelegenen Wasserreservoir

in Verbindung stehen, eben so hoch wie in diesem Reservoir steigen, was oft bei den gebohrten oder sogenannten Artesischen Brunnen mit großer Gewalt geschieht.

Auf gleiche Weise beruht auch die Wirksamkeit der sogenannten hydrostatischen Springbrunnen, bei welchen die Mündung des springenden Wasserstrales durch eine Röhrenleitung mit einem hoch gelegenen Wasserreservoir in Verbindung steht, auf dieser Eigenschaft, obschon das Wasser wegen der Reibung in den Röhren und an der Mündung, so wie wegen des Widerstandes der Luft, nicht ganz eben so hoch steigt, als es nach der vertikalen Höhe der Reservoirs über der Mündung sein sollte.

§. 145.

Werden die beiden Röhren in Fig. 72 mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten, z. B. das eine Ae mit Wasser, das andere Bf mit Quecksilber gefüllt, welches nahe $13\frac{3}{5}$mal so schwer als Wasser ist (das spezifische Gewicht des Quecksilbers wird nämlich mit 13·597 angenommen), so wird das Wasser in dem Rohre Ae um eben so viel d. i. $13\frac{3}{5}$mal höher stehen, als das Quecksilber in dem andern Rohr. Reicht nämlich das Wasser bis a, das Quecksilber bis b, und findet die Berührung zwischen Wasser und Quecksilber in der Schichte AB statt, so muß für das Gleichgewicht (indem durch die Höhe ersetzt werden muß, was an dem spezifischen Gewichte fehlt) $Bb : Aa = 1 : 13\frac{3}{5}$ sein, d. h. es verhalten sich die Höhen der Flüssigkeitssäulen verkehrt wie ihre spezifischen Gewichte.

Vierter Abschnitt.

Von der Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse des Wassers aus horizontalen oder Bodenöffnungen.

§. 146.

Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers.

Bringt man in der obern Wand EF eines bis auf AB mit Wasser gefüllten Gefäßes ABCDEF (Fig. 73) eine kleine Öffnung a an, so springt das Wasser (auf ähnliche Weise wie bei einem hydrostatischen Springbrunnen, §. 144) aus dieser Öffnung bis nahe auf den Punkt b, welcher in der Höhe des Wasserspiegels AB liegt, und der Wasserstral würde, wie es nach der Eigenschaft der kommunizierenden Röhren (§. 143) sein sollte, genau diese Höhe erreichen, wenn keine Reibung desselben an der Öffnung und insbesondere der Widerstand der Luft nicht vorhanden wäre. Die Wassertheilchen fließen daher nach §. 102 bei a mit der nämlichen Geschwindigkeit aus, welche ein durch die Höhe ba = no frei herabfallender Kör-

per erlangt; dasselbe würde auch für das bei o ausfließende Wasser gelten, wenn o eine kleine Seitenöffnung vorstellt. Bringt man dagegen eine solche Öffnung in dem Boden CD an, so muß aus derselben Ursache die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers jener Geschwindigkeit (theoretisch genommen) gleich sein, welche ein Körper erlangt, wenn er frei durch die Höhe AC herabfällt.

Da man nun die Geschwindigkeit eines von der Höhe h frei herabfallenden Körpers ganz einfach findet, wenn man aus dieser in Fußen ausgedrückten Höhe h die Quadratwurzel auszieht, und die erhaltene Zahl mit dem Dezimalbruche 7·874 multipliziert, so ist diese Geschwindigkeit des aus der Bodenöffnung ausfließenden Wassers, wenn man sie mit v bezeichnet: $v = 7{\cdot}874 \sqrt{h}$ Fuße . . . (1.

Diese Formel folgt aus jener d) im §. 100, oder ist eigentlich dieselbe, weil $\sqrt{2g} = \sqrt{62} = 7{\cdot}874$ ist.

Wäre also der Wasserstand AC im vorigen Gefäße = 4 Fuß, so würde das Wasser aus einer Öffnung des Bodens CD mit der Geschwindigkeit von $7{\cdot}874 \times 2 = 15{\cdot}748$ oder von nahe $15\frac{3}{4}$ Fuß per Sekunde ausfließen.

§. 147.

Die vorhin angegebene Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers bleibt so lange ungeändert, so lange der Wasserspiegel AB auf der nämlichen Höhe bleibt; es muß also, wenn dieses stattfinden soll, das Gefäß eben so viel Zufluſs haben, als unten abfließt.

Erhält dagegen das Gefäß keinen Zufluſs, so sinkt der Wasserspiegel allmählich herab, und die Ausflusſgeschwindigkeit nimmt dabei eben so ab, wie die Geschwindigkeit eines vertikal aufwärts geworfenen Körpers (§. 102).

Ist das Gefäß sehr weit, dagegen die Ausflusſöffnung klein, so kann man auch, ohne daſs ein Zufluſs stattfindet, wenigstens für eine ganz kurze Zeit, die vorige Formel 1) ohne merklichen Fehler für die Ausflusſgeschwindigkeit gelten lassen.

*

§. 148.

Ausflussmenge.

Hat die Bodenöffnung z. B. 2 Quadratfuß, und fließt das Wasser aus derselben mit 3 Fuß Geschwindigkeit per Sekunde aus, so beträgt die in dieser Zeit von 1 Sekunde ausfließende Wassermenge 2 × 3 d. i. 6 Kubikfuß; es fließt nämlich in dieser Zeit ein Wasserprisma is (Fig. 74) aus, welches die Öffnung als Grundfläche und die Geschwindigkeit (Weg per Sekunde §. 89) zur Höhe hat. Eben so ist auch, wenn man allgemein die Ausflussöffnung in Quadratfuß mit a und die Ausflussgeschwindigkeit in Fußen per Sekunde mit v bezeichnet, die per Sekunde ausfließende Wassermenge av Kubikfuß, oder wenn man für die Geschwindigkeit v den Wert aus Formel 1) des §. 146 setzt, und die per Sekunde ausfließende Wassermenge mit dem Buchstaben m bezeichnet, auch $m = 7{\cdot}874 a\sqrt{h}$, wobei h die konstante Wasserhöhe ist.

§. 149.

Diese Wassermenge heißt die theoretische, weil die wirkliche Ausflussmenge aus mehreren Ursachen immer kleiner ist, und aus der erstern erhalten wird, wenn man sie mit einem gewissen Bruche oder einer Zahl, welche kleiner als 1 ist, multipliziert. Diese Zahl, welche man den Reduktionscoeffizienten nennt, kann nur durch Versuche gefunden werden.

§. 150.

Befindet sich die Ausflussöffnung in einer dünnen Wand, so zieht sich der Wasserstral außerhalb der Öffnung

etwas zusammen, und bildet einen Querschnitt, welcher etwas kleiner als die Öffnung ist; in diesem Falle ist der Redukzions-coeffizient im Mittel = 0·62 oder nahe $\frac{3}{5}$, folglich die wirkliche per Sekunde ausfließende Wassermenge M = $\frac{3}{5}$ m oder genauer 0·62m, daher wenn man für m den vorigen Wert aus §. 148 setzt, auch

$$M = 4 \cdot 88 a \sqrt{h} \ldots (2.$$

§. 151.

Befindet sich dagegen die Ausflusöffnung in einer Wand, welche 2 bis 3mal so dick als der Durchmesser der Öffnung ist, oder ist an der dünnen Wand ein kurzes Ansatzrohr angebracht, so hat der Redukzionscoeffizient den mittlern Wert von 0·82 oder nahe $\frac{4}{5}$, es ist also für diesen Fall M = $\frac{4}{5}$ m oder genauer 0·82 m, und wenn man wieder für m den obigen Wert aus §. 148 setzt, auch

$$M = 6 \cdot 46 a \sqrt{h} \ldots (3.$$

Dabei erhält man diese per Sekunde ausfließende Wassermenge in Kubikfuß, weil man (da die Beschleunigung der Schwere g bereits in Fußen ausgedrückt, nämlich = 31 gesetzt wurde) die Druckhöhe h in Fußen und den Flächeninhalt der Ausflusöffnung a in Quadratfuß ausdrücken muß.

Hat z. B. die Bodenöffnung, welche sich in einer dünnen Wand befindet, 12 Quadratzoll und steht der Wasserspiegel unverändert um 9 Fuß über dieser Öffnung; so ist da 12 Quadratzoll $\frac{12}{144} = \frac{1}{12}$ Quadratfuß betragen, in der obigen Formel §. 150 a = $\frac{1}{12}$ und h = 9 zu setzen, dadurch bekommt man für die in 1 Sekunde ausfließende Wassermenge
$M = 4 \cdot 88 \times \frac{1}{12} \sqrt{9} = 4 \cdot 88 \times \frac{1}{12} \times 3 = 1 \cdot 22$ Kubikfuß, was per Minute $60 \times 1 \cdot 22 = 73 \cdot 2$ Kubikfuß gibt.

Befindet sich 2. dieselbe Öffnung in einer dicken Wand, oder ist an der vorigen dünnen Wand ein kurzes Ansatzrohr angebracht, so erhält man für die per Sekunde ausfließende Wassermenge aus der Formel §. 151, wo wieder a = $\frac{1}{12}$ und h = 9 zu setzen ist, $M = 6 \cdot 46 \times \frac{1}{12} \sqrt{9} = 6 \cdot 46 \times \frac{1}{12} \times 3 = 1 \cdot 615$ Kubikfuß, was per Minute $60 \times 1 \cdot 615 = 96 \cdot 9$ Kubikfuß, also um 23·7 Kubikfuß mehr als im vorigen Falle ausmacht.

Zweites Kapitel.

Von dem Ausflusse des Wassers aus Seitenöffnungen.

§. 152.

Da der Druck des Wassers auf irgend einen Punkt o oder G (Fig. 73) der Seitenwand nach §. 137 eben so groß als auf einen Punkt der Bodenfläche ist, welcher um dieselbe Tiefe no = AG unter dem Wasserspiegel AB liegt; so ist die Geschwindigkeit des in o oder G ausfließenden Wassers ebenfalls wieder, wenn die in Fußen ausgedrückte Druckhöhe no oder AG mit h bezeichnet wird, wie bei der Bodenöffnung in §. 146 (Gleich. 1) $v = 7 \cdot 874 \sqrt{h}$ Fuß pr. Sekunde.

§. 153.

Befindet sich daher in einer Seitenwand eine rechtwinklige Öffnung, von welcher zwei Seiten horizontal, also die beiden andern vertikal sind, deren Schwerpunkt um h Fuß vom Wasserspiegel absteht, und welche a Quadratfuß Fläche hat; so kann man diese Öffnung als eine Bodenöffnung ansehen, welche um h Fuß unterm Wasserspiegel liegt, so daſs man also die per Sekunde ausfließende Wassermenge wieder nach den nämlichen Formeln in §. 150 und §. 151 berechnen kann, je nachdem sich die Seitenöffnung in einer dünnen Wand befindet oder diese mit einem kurzen Ansatzrohr versehen ist.

Diese beiden eben erwähnten Formeln können jedoch nur angewendet werden, wenn die Höhe ab der Seitenöffnung ad (Fig. 74) gegen jene des Wasserstandes ea, welche wieder als unveränderlich angenommen wird, nicht bedeutend ist, weil sonst die in Rech-

nung gebrachte Geschwindigkeit, mit welcher die in der Tiefe des Schwerpunktes oder halben Höhe der Öffnung liegenden Wassertheilchen ausfließen, von der mittlern Geschwindigkeit, die eigentlich hier in Betracht kommt, zu viel abweicht.

Reicht die Öffnung bis zum Wasserspiegel, so fließt das Wasser aus dem beständig voll erhaltenen Gefäße in Form eines Prisma amfn aus, welches die von der Parabel em begränzte Ebene aem zur Grundfläche und die Breite ef der Öffnung zur Höhe hat; dabei stellt am die Geschwindigkeit vor, welche ein von der Höhe ea frei herabfallender Körper erlangt, eben so ist br die Geschwindigkeit für die Höhe eb u. s. w. Nun ist, wie in der höhern Geometrie gezeigt wird, die Fläche aem $= \frac{2}{3}$ ea $\times$ am $= \frac{2}{3}$ h v, wenn man wieder die Druckhöhe ae $=$ h und die dieser Höhe entsprechende Geschwindigkeit des in der Tiefe a ausfließenden Wassers mit v bezeichnet.

Ist nun die Breite der Öffnung ef $=$ b Fuß, so ist der kubische Inhalt des per Sekunde ausfließenden Wasserquantums, wenn auch h und v in Fußen ausgedrückt werden, M $= \frac{2}{3}$ nhvb Kubikfuß, wobei n den Redukzionscoeffizienten vorstellt. Setzt man endlich für v den Wert aus §. 146, Gleich. 1, so erhält man für diesen Fall, M $= 5{\cdot}25$ nbh $\sqrt{h}$, wobei für eine Öffnung in einer dünnen Wand (§. 150) n $= 0{\cdot}62$ und in einer dicken Wand oder mit einem Ansatzrohr versehen (§. 151) n $= 0{\cdot}82$ zu setzen ist.

Beispiel.

Die in einer dünnen vertikalen Seitenwand angebrachte rechteckige Öffnung ist 2 Fuß breit (horizontale Dimension) und 6 Zoll hoch (vertikale Dimension), der beständig auf gleicher Höhe bleibende Wasserspiegel steht um 3 Fuß 9 Zoll über dem obern Rand der Öffnung; es ist nun die Frage, wie viel Wasser aus dieser Seitenöffnung binnen 5 Minuten ausfließen wird?

Da der Schwerpunkt der Öffnung um 3 Zoll unter dem obern Rande derselben, folglich um 3 Fuß 9 Zoll + 3 Zoll d. i. um 4 Fuß unterm Wasserspiegel liegt, so kann man, da die Höhe der Öffnung $= 6$ gegen diese Höhe $= 48$ Zoll nicht sehr bedeutend ist, ohne Fehler die Rechnung nach der Formel §. 150 vornehmen, nach welcher man, wegen a $= 2 \times \frac{6}{12} = 1$ Quadratfuß und h $= 4$ Fuß, für die per Sekunde ausfließende Wassermenge M $= 4{\cdot}88 \times 1 \times \sqrt{4} = 4{\cdot}88 \times 1 \times 2 = 9{\cdot}76$, also für die gesuchte, binnen 5 Minuten ausfließende Menge sofort $9{\cdot}76 \times 5 \times 60 = 2928$ Kubikfuß findet.

Drittes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

§. 154.

Erklärungen.

1. Um das Wasser als bewegende Kraft zum Betriebe von Mühlen oder Maschinen überhaupt zu benützen, wird dasselbe auf eigens dazu konstruierte oder gebaute Räder, welche man Wasserräder heißt, geleitet.

2. Diese Räder bestehen der Hauptsache nach aus einer liegenden Welle a (Fig. 75, Fig. 76 und Fig. 77), mit welcher ein oder mehrere Radkränze dd durch die Radarme bb fest verbunden sind, und den auf den Kränzen befestigten Brettchen oder Schaufeln ee, welche nach Umständen eine verschiedene Form und Stellung (Schaufelstellung) erhalten.

3. Das Wasser wird den Radschaufeln in einem engen, gewöhnlich hölzernen Kanale, dem sogenannten Gerinne B, entweder von unten, wie in Fig. 75, oder von oben, wie in Fig. 77, zugeführt; im erstern Falle heißt das Rad unterschlächtig, wobei das Wasser durch den Stoß wirkt, im letztern Falle wird das Rad ein oberschlächtiges genannt, wobei das Wasser größtentheils durch sein Gewicht oder durch den Druck wirkt, daher auch die Schaufeln so geformt sind, dass sie kleine Kästchen oder Zellen m bilden, in denen sich das Wasser sammeln kann. Oft benützt man auch Räder, auf welche das Wasser zum Theil durch den Stoß und zum Theil durch den Druck wirkt, weshalb man solche Räder (Fig. 76) mittelschlächtige, oder weil das Gerinne dabei eine Krüm-

mung, einen sogenannten Kropf erhält, auch Kropfräder nennt. Bei den unterschlächtigen Rädern wird das Gerinne meistens ganz gerad wie in Fig. 75 geführt, und heißt dann ein Schnur- oder Schussgerinne.

4. Um das Wasser nach Erforderniß in kleinerer oder größerer Menge aus dem Gerinne auf das Rad leiten, oder davon auch ganz absperren zu können, wird zwischen den Gerinnswänden ein aufrechtes oder, oft besser schief stehendes Brett D, das sogenannte Schutzbrett oder die Schütze angebracht, welche sich zwischen diesen Wänden beliebig auf- und abschieben lässt.

5. Wird das Wasser aus einem Flusse, Teiche u. s. w. von einem höher gelegenen Orte oder Punkte A (Fig. 78) durch einen Kanal oder Mühlgraben AB bis zu dem tiefer gelegenen Orte oder Punkte B, an welchem das Wasserrad angelegt werden soll, abgeleitet; so fließt das Wasser wie über eine schiefe Ebene AB, wofür, wenn man sich durch den obern Punkt A eine horizontale, und durch den untern Punkt B eine vertikale Linie bis zu ihrem Durchschnitte C denkt, BC die Höhe und AB die Länge ist (§ 72); man nennt aber hier BC die Gefällshöhe oder schlechtweg das Gefälle, und es müßte (§. 105), wenn keine Hindernisse vorhanden wären, das Wasser im Punkte B mit der nämlichen Geschwindigkeit anlangen, als wenn es frei durch diese Gefällshöhe CB herabgefallen wäre.

Außer den hier angeführten Wasserrädern, welche auch (weil die Radkränze vertikal stehen) vertikale Räder heißen, wozu u. a. auch die Schiffsmühlenräder gehören, welche ohne Gerinne unmittelbar in den freien Fluss oder Strom gehängt werden, gibt es auch noch horizontale Wasserräder, deren Welle vertikal steht, wozu besonders die in neuester Zeit immer mehr zur Anwendung kommenden Kreiselräder oder Turbinen gehören.

§. 155.

Effekt der unterschlächtigen Wasserräder.

So wie zum Heben eines Gewichtes von z. B. 10 Pfund auf eine Höhe von 5 Fuß ein Kraftaufwand oder eine Arbeit von (§. 115) 5 × 10 = 50 Fußpfund erforderlich ist, eben so übt auch ein von 5 Fuß Höhe herabsinkendes oder herabfallendes Gewicht von 10 Pfund wieder umgekehrt dieselbe dynamische Kraft von 50 Fußpfund aus, wobei es gleichgültig ist, ob es unmittelbar durch die vertikale Höhe von 5 Fuß oder über eine schiefe Ebene herabfällt, welche diese Höhe von 5 Fuß zu ihrer Höhe BC (Fig. 78) hat.

Fließt daher per Sekunde z. B. eine Wassermasse von 500 Pfund in dem Kanale AB herab, oder fällt dasselbe von der Höhe CB, und ist z. B. CB = 10 Fuß; so besitzt das Wasser in beiden Fällen im Punkte B eine dynamische Kraft, oder übt an diesem Punkte eine Wirkung von 500 × 10 = 5000 F. Pf. aus, welches zugleich auch der Nutzeffekt des Wassers wäre, wenn man dasselbe, ohne einen Verlust zu erleiden, an diesem Punkte unverkürzt wirksam machen könnte.

Allein durch die Reibung und sonstigen Hindernisse, welche das Wasser schon in der Zuleitung erleidet, durch den Umstand, daſs ein großer Theil des Wassers zwischen den Schaufeln ungenützt vorbeigeht, und vorzüglich aber, daſs durch das Anstoßen des Wassers an die Radschaufeln nur ein Theil der dynamischen Kraft desselben auf die Umdrehung des Rades wirkt, und der andere Theil nutzlos verloren geht, steigt der Nutzeffekt bei den unterschlächtigen Wasserrädern selten über den 4. oder 5. Theil der absoluten dynamischen Kraft des verwendeten Wassers, oder da man den Effekt gewöhnlich in Prozenten ausdrückt; so beträgt den Versuchen und

Beobachtungen zufolge der Nutzeffekt bei unterschlächtigen Wasserrädern im Durchschnitt nur von 20 bis 25 Prozent der dynamischen Kraft des verwendeten Wassers.

Obschon der Nutzeffekt bei besonders günstiger Anlage dieser Räder bis 30 und 35 Prozent steigen kann, so kommen doch auch wieder Fälle vor, wo er kaum 10 Prozent übersteigt.

Stößt das Wasser mit v Fuß Geschwindigkeit per Sekunde gegen die Radschaufeln, und fließen per Sekunde M Kubikfuß aus der Schützenöffnung aus, so kann man, wenn das Rad nicht zu schnell umgeht und eine Umfangsgeschwindigkeit hat, welche sich nicht bedeutend von der halben Geschwindigkeit v des anstoßenden Wassers entfernt, ganz einfach als Mittelwert den Nutzeffekt E eines solchen Rades durch die Formel $E = \frac{1}{4} Mv^2$ . . (1 ausdrücken, wobei v in Fußen und M in Kubikfußen ausgedrückt werden muß und E in Fußpfund erhalten wird.

Auch läßt sich der beiläufige Effekt durch die Gefällshöhe CB (Fig. 78), wenn diese h Fuß beträgt, durch die Formel $E = 16\,M(h - \frac{1}{2})$ . . (2 ausdrücken.

§. 156.

Beispiel.

Ein Kanal hat ein Gefäll von 6 Fuß, und die per Sekunde zufließende Wassermenge beträgt 30 Kubikfuß, es soll der Nutzeffekt eines am Ende des Kanales angelegten unterschlächtigen Wasserrades bestimmt werden.

Da 30 Kubikfuß Wasser ein Gewicht von $30 \times 56\frac{1}{2} = 1695$ Pfund haben, so liegt in dieser von der Höhe von 6 Fuß (wenn auch nur längs der schiefen Ebene) herabfallenden Wassermasse eine dynamische Kraft von $1695 \times 6 = 10170$ Fußpfund, und wenn man davon den 4. Theil oder 25 Prozent für den gesuchten Nutzeffekt des Rades nimmt, so erhält man dafür $2542\frac{1}{2}$ F. Pf. per Sekunde, was $2542\frac{1}{2} : 430$ oder nahe 6 Pferdekräfte ausmacht.

Nach der Formel 2) des vorigen §., in welchem man $M = 30$ und $h = 6$ setzen muß, erhält man $E = 16 \times 30 \times 5\frac{1}{2} = 2640$ F. Pf. oder nahe $6\frac{1}{10}$ Pferdekraft, was von dem vorigen Ergebnisse nur sehr wenig abweicht.

§. 157.

Effekt der oberschlächtigen Wasserräder.

Bei einer guten Konstrukzion der Zellen eines oberschlächtigen Wasserrades, welche so beschaffen sein sollen, daſs sie das Wasser so hoch wie möglich, d. i. nahe am Scheitel bei s (Fig. 77) aufnehmen, und so tief als möglich bei t erst ausschütten, so wie ferner bei einem langsamen Gange des Rades (wobei ein Punkt in der äußern Peripherie die Geschwindigkeit von 6 bis 8 Fuß per Sekunde nicht übersteigt) kann man, da hier das Wasser größtentheils durch den Druck wirkt, und daher jener durch den Stoß herbeigeführte Verlust vermieden wird, den Nutzeffeckt zu 70 bis 75 Prozent der dynamischen Kraft des dabei verwendeten Wassers anschlagen, obschon es bei einer bloß gewöhnlichen Ausführung sicherer ist, diesen nur mit 60 bis 70 Perzent anzunehmen.

Setzt man die ganze Gefällshöhe yx vom Oberwasser- bis zum Unterwasserspiegel in Fußen = h, die per Sekunde durch die Schützenöffnung auf das Rad fließende Wassermenge in Kubikfuß = M; so kann man bei einer guten Ausführung des oberschlächtigen Rades den Nutzeffekt in Fußpfund durch die Formel $E = 42 Mh$ ausdrücken.

§. 158.

Beispiel.

Es betrage die Gefällshöhe des Wassers 20 Fuß, und die per Sekunde zufließende Wassermenge 5 Kubikfuß, so liegt in dieser Wassermasse eine dynamische Kraft von $5 \times 56\frac{1}{2} \times 20 = 5650$ F. Pf. oder nahe 13 Pferdekräfte.

Ist nun das betreffende oberschlächtige Wasserrad so gut konstruiert, daſs man dessen Nutzeffekt zu 75 Prozent anschlagen kann, so ergibt sich dieser mit $\frac{3}{4}$mal 5650 d. i. zu $4237\frac{1}{2}$ F. Pf.

oder nahe zu 10 Pferdekräften. Könnte bei einer weniger guten Ausführung der Nutzeffekt des Rades nur zu 70 Prozent angeschlagen werden, so würde dieser $\frac{7}{10}$mal 5650 d. i. 3955 F. Pf. oder nahe 9 Pferdekräfte betragen.

Nach der vorigen Formel würde man, wegen $M = 5$ und $h = 20$ den Nutzeffekt $E = 42 \times 5 \times 20 = 4200$ F. Pf. oder nahe $= 9\frac{4}{5}$ Pferdekräfte finden.

§. 159.

Effekt der Kropfräder.

Versuche und Erfahrungen geben den Nutzeffekt dieser Räder, je nach der mindern oder bessern Konstrukzion derselben von 40 bis 60, ja in besondern Fällen, wo das Wasser größtentheils durch den Druck wirkt und das Gerinne sehr genau ausgeführt ist, selbst zu 70 Prozent.

Viertes Kapitel.

Von den Wasserpumpen.

§. 160.

Erklärung.

Unter einer Wasserpumpe versteht man eine aus Röhren, Ventilen und Kolben oder Stämpel zusammengesetzte mechanische Vorrichtung, um das Wasser, wie dieß bei unsern gewöhnlichen Brunnen der Fall ist, von einem tiefer liegenden Orte auf einen höheren zu schaffen.

Man theilt die Pumpen, je nachdem sie mehr durch das sogenannte Ansaugen, oder durch den Druck wirksam gemacht werden, in Saug- und Druckpumpen, durch deren Verbindung auch noch vereinte Saug- und Druckwerke entstehen.

§. 161.

Saugpumpen.

Die wesentlichsten Bestandtheile einer Saugpumpe sind das Saugrohr A (Fig. 79), welches mit ihrem untern Theile in das zu hebende Wasser W gestellt, mit dem obern aber mit einem gewöhnlich etwas weiteren Zilinder B, dem sogenannten Kolbenrohr oder Stiefel, verbunden wird, und durch eine nach aufwärts sich öffnende Klappe a, das sogenannte Saugventil, in der Art kommunizieret, dass sich beim Öffnen oder Heben des Ventils das Wasser aus dem Saugrohr in den Stiefel ergießen, dieses aber, sobald sich das Ventil schließt, nicht wieder zurückfließen kann; ferner der Kolben d, welcher luft- und wasserdicht in dem Stiefel auf- und abgezogen werden kann und zum Durchlassen des Wassers parallel mit der Achse ein- oder mehrmals wie in c (Fig. 80) durchbohrt ist, welche Öffnungen durch eine auf der obern Grundfläche des zilindrischen Kolbens liegende, sich ebenfalls nach aufwärts öffnende Klappe nn bedeckt werden; ferner die mit dem Kolben in Verbindung stehende Kolbenstange f, welche in den um O drehbaren Hebel (der 1. Art §. 49) h bei E gelenkartig so eingehängt ist, dass durch das Auf- und Abziehen der in D ebenfalls beweglich eingehängten Stange i, woran die bewegende Kraft wirkt, auch der Kolben im Stiefel auf- und abbewegt wird; so wie endlich das Ausgussrohr C.

Damit der gewöhnlich aus Holz, bei bessern Pumpen aus Metall, verfertigte Kolben d (Fig. 80) den vorhin erwähnten dichten Schluss im Stiefel erhalte, wird er gewöhnlich mit einem Lederring, der sogenannten Liederung umgeben, oder man legt wohl auch auf die obere Kolbenfläche eine runde, streng in den Stiefel passende Leder- oder Filzscheibe nn, welche rund herum über den hölzernen Kern etwas vorspringt, und durch die mitten durchgehende Kolbenstange f zugleich mit, und zwar so befestigt wird, dass sie sich an ihrem Rande etwas heben oder lüften kann, in welchem Falle diese Scheibe gleichzeitig die Liederung und die oben erwähnte Klappe oder, wenn nur eine Öffnung angebracht wird, das Kolbenventil vertritt.

§. 162.

Wirkungsart der Saugpumpen.

Bei den ersten Zügen oder Auf- und Abbewegungen des Kolbens d, wirkt die Pumpe wie eine Luftpumpe (deren nähere Erörterung in die Physik gehört), so dass zuerst die Luft aus dem Saug- und dem untern Theil des Kolbenrohres B, welche durch die im Kolben angebrachten Öffnungen oder durch das Kolbenventil entweicht, ausgepumpt wird. Sobald nun die Luft aus dem Saugrohr entfernt ist, was gewöhnlich nach einigen Kolbenzügen der Fall, so tritt das Wasser W (Fig. 79) in Folge des äußern Luftdruckes, da es in diesem Rohr einen leeren Raum findet, in dasselbe ein, steigt darin allmählich höher, öffnet das Saugventil a und tritt dann in den Stiefel, wo es beim Aufziehen des Kolbens diesem nachsteigt, und so auch den untern Raum des Stiefels ausfüllt; so wie nun der Kolben zurück-, d. i. niedergeht, schließt sich das Saugventil, während sich umgekehrt das Kolbenventil oder die Klappe nn öffnet, und das im Stiefel befindliche Wasser durch die Kolbenöffnungen oder das Kolbenventil über den Kolben treten lässt, welches dann bei dem hierauf erfolgenden Aufziehen des Kolbens, wobei sich das Kolbenventil schließt, und das Saugventil wieder öffnet, vollends bis zum Ausgussrohr C gehoben, und da zum Ausflusse gebracht wird.

Da nach den Versuchen und Erfahrungen der Luftdruck nur so stark ist, dass er das Wasser in ein luftleeres Rohr nicht höher als beiläufig auf 32 Fuß heben und diese Wassersäule tragen oder erhalten kann, so darf bei einer solchen Saugpumpe der höchste Kolbenstand diese Höhe von 32 Fuß nicht übersteigen, ja, es darf sogar aus mehreren Ursachen diese Höhe nicht einmal so viel, sondern nur, um sicher zu sein, von 24 bis 26 Fuß betragen.

§. 163.

Nöthige Betriebskraft.

In der in Fig. 79 gezeichneten Stellung des Kolbens d drückt, wenn die Pumpe schon im Gange, also das ganze Kolbenrohr st bereits voll Wasser ist, und wenn man annimmt, dass der Luftdruck auf irgend eine horizontale Fläche eben so groß ist, als ob auf derselben eine 32 Fuß hohe Wassersäule stünde (Satz der Erfahrung und Versuche), auf die obere Kolbenfläche gleichsam eine Wassersäule von 32 + st Fuß von oben nach unten, dagegen eine Wassersäule von 32 — tr Fuß von unten nach oben, so dass von oben nach unten ein Überschuss von (32 + st) — (32 — tr) = st + tr = sr Fuß bleibt, d. h. es findet auf den Kolben in jeder seiner Stellungen ein solcher Druck von oben nach unten statt, als ob auf demselben eine Wassersäule von derselben Höhe stünde, auf welche das Wasser gehoben werden soll. Drückt man daher die Kolbenfläche in Quadratfuß und die Höhe rs (Fig. 79), auf welche das Wasser gehoben werden soll, in Fußen aus, so gibt das Produkt aus diesen beiden Zahlen den Kubikinhalt, und wenn man diesen noch mit der Zahl $56\frac{1}{2}$ (als dem Gewicht von 1 Kubikfuß Wasser) multipliziert, das Gewicht der auf dem Kolben fortwährend ruhenden Wassersäule. Wird das Gewicht endlich noch mit dem Kolbenhub d. h. dem Weg multipliziert, welchen der Kolben bei seinem Hube zurücklegt, so erhält man (§. 115) die Arbeit oder Wirkung von Seite der Last, und eben so groß muß theoretisch genommen auch (§. 117) die Arbeit oder Leistung der Kraft sein, während der Kolben gehoben wird. Diese theoretische Arbeit der Kraft muß jedoch, wenn der Kolben wirklich gehoben werden soll, wegen der Kolbenreibung und der sonstigen Widerstände, welche sich der

Bewegung des Wassers entgegensetzen, noch um ein bedeutendes vermehrt werden, so dass die Nutzleistung einer solchen Pumpe selten über 60 Prozent oder $\frac{3}{5}$ der darauf verwendeten Arbeit oder Betriebskraft steigt, folglich 40 Prozent davon für die Nebenhindernisse verloren gehen.

Ist allgemein die Kolbenfläche in Quadratfuß $= a$, die Höhe, auf welche das Wasser gehoben werden soll, in Fußen $= h$ und s die Höhe des Kolbenhubes ebenfalls in Fußen: so ist das Gewicht Q der auf dem Kolben ruhenden Wassersäule in Pfunden $Q = 56\frac{1}{2}\, ah$ und die nöthige Arbeit, um (unmittelbar oder durch was immer für Mechanismen oder Vorrichtungen) dieses Gewicht Q (während der Zeit eines Auf- oder Abganges des Kolbens) auf die Höhe s zu heben, $W = Qs$ F. Pf.

§. 164.

Beispiel.

Es sollen mittelst einer Saugpumpe pr. Minute 5 Eimer Wasser auf eine Höhe von 20 Fuß gehoben werden; es ist die Frage, wie groß die Betriebskraft hiezu sein muß?

Da 5 Eimer so viel als $5 \times 1{\cdot}79 = 8{\cdot}95$ Kubikfuß betragen, und diese $8{\cdot}95 \times 56\frac{1}{2}$ d. i. nahe $505\frac{7}{10}$ Pfund wiegen, so ist die nöthige Arbeit, um dieses Gewicht auf die Höhe von 20 Fuß zu heben $= 505\frac{7}{10} \times 20 = 10114$ F. Pf. Da nun diese Zahl den Nutzeffekt vorstellt, so wird, wenn man diesen zu 60 Prozent oder zu $\frac{3}{5}$ der von Seite der Kraft aufgewendeten Arbeit annimmt, diese Arbeit $\frac{5}{3} \times 10114 = 16856\frac{2}{3}$ F. Pf. in jeder Minute, folglich per Sekunde den 60. Theil oder 281 F. Pf. oder nahe $\frac{2}{3}$ Pferdekräfte betragen müßen.

Soll das Wasser höher als auf die oben als Gränze angegebenen 24 oder 26 Fuß gehoben werden, so muß man auf den Stiefel noch ein Rohr von gehöriger Länge aufsetzen, wodurch dann ein Theil durch das Ansaugen, der übrige Theil der Höhe aber durch das Heben der über dem Kolben stehenden Wassersäule gefördert wird; man nennt solche Pumpen auch Saug- und Hebepumpen.

§. 165.

Druckpumpen.

Bei der Druckpumpe steht das Kolbenrohr oder der Stiefel **A** (**Fig. 81**) mit dem Steigrohr **C** durch das sogenannte Gurgelrohr **B** so in Verbindung, daſs die Kommunikazion durch ein nach aufwärts sich öffnendes Ventil **n**, das Steigventil, hergestellt oder aufgehoben werden kann. Auch hier ist das Saugventil **m** vorhanden, dagegen fehlt das Kolbenventil, indem der Kolben **a** nicht durchbohrt ist.

§. 166.

Wirkungsart der Druckpumpe.

Daſs beim Aufziehen des Kolbens **a** durch das Saugventil **m** in den Stiefel **A** eintretende Wasser wird beim Niederdrücken des Kolbens, wobei sich dieses Ventil wieder schließt, durch das sich öffnende Steigventil **n** in das Steigrohr **C** getrieben; beim darauffolgenden Aufziehen des Kolbens schließt sich dieses Ventil **n**, und verhindert das Zurücktreten des im Steigrohr befindlichen Wassers, und da zugleich wieder eine neue Wassermenge durch das Saugventil in den Stiefel fließt, welches bei dem hierauf folgenden Niedergehen des Kolbens wieder eben so wie vorhin in das Steigrohr tritt, so wird es in diesem immer höher, bis endlich zum Ausflusse steigen.

Steht diese Pumpe bis zum Saugventil **m** im Wasser, so, daſs das Saugrohr ganz wegfällt, so hat man eigentlich die reine Druckpumpe; ist dagegen ein Saugrohr, welches wieder die Höhe von 24 bis 26 Fuß nicht übersteigen darf, mit in Verbindung, so heißt dann eine solche Pumpe eine vereinigte Saug- und Druckpumpe.

§. 167.

Nöthige Betriebskraft.

Die zur Bewegung einer Druckpumpe nothwendige Kraft wird eben so wie bei den Saugpumpen berechnet, dazu ist nur nothwendig, dass man bei einer schon bestehenden Pumpe die Kolbenfläche und die Höhe der Wassersäule kennt, welche vom mittlern Kolbenstand bis zum Ausfluss des Wassers gerechnet wird; oder dass man bei einer erst zu errichtenden Druckpumpe die Wassermenge kennt, welche in einer gegebenen Zeit auf eine bestimmte Höhe gehoben werden soll. In beiden Fällen sucht man die nöthige Arbeit, um dieses Wasserquantum unmittelbar auf die bestimmte Höhe zu heben, und da die Nutzleistung auch bei diesen Pumpen selten mehr als 60, ja in Fällen, wo noch lange Wasserleitungen mit in Verbindung stehen, sogar nur 50 Prozent beträgt, nimmt man diese $\frac{5}{3}$ oder im letztern Falle 2mal, um die nöthige Leistung von Seite der Kraft zu finden.

Damit das Wasser nicht absatzweise, nämlich nicht immer bloß beim Niedergehen des Kolbens, sondern ununterbrochen durch das Steigrohr austritt, bringt man auch öfter mit dem Steigrohr zwei Stiefel oder Kolbenröhre so in Verbindung, dass der eine Kolben aufsteigt, wenn der andere niedergeht, so, dass also immer einer davon wirksam ist; dadurch erhält man eine doppelt wirkende Druckpumpe.

Auch kann man noch, wie bei Feuerspritzen (Fig. 82) das Gurgelrohr jedes der beiden Stiefel A, A′ in ein zum Theil mit Luft gefülltes Gefäß B, den sogenannten Windkessel, einmünden lassen, in welches dann auch das Steigrohr C bei Feuerspritzen Gussrohr genannt, einmündet. Dadurch wird erstlich das Wasser einmal aus dem Stiefel A′, das andere Mal aus jenem A (wie es eben in der Zeichnung in Fig. 82 dargestellt ist, wobei das Bodenventil b geschlossen, jenes b′ noch offen, das Klappenventil d offen und jenes d′ geschlossen erscheint) in den Windkessel und von da unter Mitwirkung der im obern Raume ee zusammengepressten Luft, welche sich immerfort auszudehnen sucht, gleichförmig durch das Guss- oder Steigrohr C hinausgetrieben.

Der Druckbaum E ist in seiner halben Länge um eine horizontale Achse beweglich und wird durch die an den beiden Enden angestellten Arbeiter, welche an den mit dem Druckbaum verbundenen Querstangen g,g angreifen, oszillierend, auf und ab bewegt, wodurch auch die mit ihren Kolbenstangen f in dem Druckbaume E bei o gelenkartig eingehängten Kolben abwechselnd auf und ab gehen.

Fünfter Abschnitt.

Von der Aërostatik oder dem Gleichgewichte der Luft.

Erstes Kapitel.

Von dem Drucke der Atmosphäre und dem Mariotte'schen Gesetze.

§. 168.

Erklärung.

Obschon die von den tropfbaren Flüssigkeiten angeführten Eigenschaften im allgemeinen auch von der atmosphärischen Luft, so wie überhaupt von allen Luft- und Gasarten (wie z. B. der brennbaren Luft oder dem Wasserstoffgas, dem kohlensauren Gas u. s. w.), gelten; so kommen für diese doch noch neue Eigenschaften hinzu, weil sie in einem besonders hohen Grade ausdehnsam, elastisch und zusammendrückbar sind. Aus diesem Grunde muß die unsern Erdball umgebende Lufthülle oder Atmosphäre, weil sie zugleich auch schwer ist, d. h. von der Erde angezogen wird, unten

dichter als oben sein, was auch durch die Beobachtungen bestätiget wird.

So wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten immer nur das Wasser, so wird, wenn von den physischen Eigenschaften der Luft= und Gasarten die Rede ist, oder ihre mechanischen Gesetze entwickelt werden, immer nur die atmosphärische Luft genannt.

§. 169.

Druck der Atmosphäre.

Füllt man eine an dem einen Ende zugeschmolzene, wenigstens 29 bis 30 Zoll lange Glasröhre mit Quecksilber, kehrt diese, während man das offene Ende mit dem Finger zuhält, um, stellt sie hierauf vertikal in ein ebenfalls zum Theil mit Quecksilber gefülltes Gefäß **A** (Fig. 83), und zieh dann unter Quecksilber den Finger weg, d. h. macht man die untere Öffnung des Glasrohres auf, so sinkt das Quecksilber in dem Glasrohr von c bis **d** nämlich so weit herab, daſs die Höhe der von der Luft getragenen Quecksilbersäule id, vom Quecksilberspiegel **ab** an gemessen im Mittel 28 Pariser oder $28\frac{4}{5}$ Wienerzolle beträgt.

§. 170.

Dieser zuerst von dem italienischen Mathematiker Torricelli im J. 1613 gemachte Versuch beweist, daſs die Luft oder unsere Atmosphäre (welche auf die Oberfläche ab des Quecksilbers drückt) schwer ist, und daſs ihr Druck mit jenem einer beiläufig 28 Zoll hohen Quecksilbersäule im Gleichgewichte steht. Die Atmosphäre drückt daher auf eine ebene Fläche von z. B. 1 Quadratfuß mit einer Kraft oder Stärke, welche dem Gewichte einer auf dieser Fläche stehenden 28

Zoll hohen Quecksilbersäule gleich kommt; dieß gibt aber nach dem bekannten Gewichte des Quecksilbers auf 1 Quadratfuß 1836, folglich auf 1 Quadratzoll $\frac{1836}{144}$ d. i. $12\frac{3}{4}$ Pfund Druck.

Da der Luftdruck nicht immer derselbe, sondern bald etwas größer, bald wieder etwas kleiner als der hier angegebene ist, so versteht man unter diesem hier angegebenen Drucke von $12\frac{3}{4}$ Pf. auf einen Quadratzoll Fläche, den mittlern Druck der Atmosphäre.

§. 171.

Barometer.

Die im §. 169 erwähnte, von der Luft getragene Quecksilbersäule id, welche in der Röhre über sich von d bis c einen luftleeren Raum (die sogenannte Torricellische Leere) hat, ist im wesentlichen unser Barometer, welches die Schwere oder den Druck der Atmosphäre misst. Da nun aber die Beobachtungen zeigen, dass die Quecksilbersäule oder das Barometer nicht zu allen Zeiten gleich hoch steht, so ist dieß ein Beweis, dass der Luftdruck veränderlich ist, und die im vorigen §. angegebene Höhe der Quecksilbersäule von 28 Pariserzoll, so wie der Druck von $12\frac{3}{4}$ Pfund auf den Quadratzoll, gelten für den mittlern Barometerstand.

Da sich der Barometerstand gewöhnlich mit der Witterung verändert, so wird das Barometer auch als Wetterglas benützt.

Da das Wasser im Durchschnitt $13\frac{3}{5}$mal leichter als Quecksilber ist, so muß (§. 145) die mit einer Quecksilbersäule im Gleichgewichte stehende Wassersäule $13\frac{3}{5}$mal höher als die Quecksilbersäule sein, folglich muß auch der mittlere Luftdruck mit einer Wassersäule im Gleichgewichte stehen, welche eine Höhe von $13\frac{3}{5} \times 28 = 380\frac{4}{5}$ Pariserzoll oder nahe 32 Fuß hat, d. h. so wie die Quecksilbersäule von 28 Zoll, so wird eine Wassersäule von 32 Fuß Höhe von der Luft getragen oder der Luftdruck steht mit einer solchen Wassersäule im Gleichgewicht (vergl. §. 162.)

Die in einer Flasche befindliche Flüssigkeit, als Wasser, Wein u. s. w., kann nur insofern ausfließen oder ausgegossen werden, als

die Luft eindringen und den sich bilden wollenden leeren Raum wieder ausfüllen kann; bei einer sehr engen Mündung und einem vorsichtigen Umwenden der Flasche fließt auch wirklich gar nichts aus.

Aus demselben Grunde muß man bei einem mit Wein, Bier u. dergl. gefüllten Fasse zuerst das Spundloch aufmachen, wenn die Flüssigkeit durch den geöffneten Hahn abfließen soll.

Auf der Eigenschaft des Luftdruckes beruht u. a. auch die Funkzion des **Stechhebers**, so wie das Saugen überhaupt.

Der Mensch spürt den Druck der Luft, welcher bei einer mittlern Oberfläche von 12 Quadratfuß, nicht weniger als 12 $\times$ 1836 $=$ 22032 Pfund oder über 220 Zentner beträgt, aus dem Grunde nicht, weil die im Innern eingeschlossene Luft (so wie auch die Flüssigkeiten) einen Gegendruck ausübt und mit der äußern Luft im Gleichgewichte steht, gerade so wie auch eine noch so dünne hohle Glaskugel, in welcher sich gewöhnliche Luft befindet, oder selbst eine noch viel dünnere Seifenblase, von der äußern Luft nicht zerdrückt wird.

Da endlich die Luftsäule in dem Maße kürzer und leichter wird, als man sich von der Meeresfläche gegen höher liegende Punkte und namentlich auf hohe Berge begibt, so muß dabei der Luftdruck, folglich auch die Barometerhöhe abnehmen, was auch durch die Beobachtungen wirklich bestätigt wird. So fällt z. B. die 28 Zoll hohe Quecksilbersäule auf der Spitze des über 10000 Fuß hohen Ätna bis auf nahe 19 Zoll herab, wodurch also auch der Luftdruck auf eine Fläche von 1 Quadratfuß im Verhältnis von 28 : 19 vermindert, also die 1836 Pfund auf 1246 Pfund herabgebracht werden, so, dass der Luftdruck um 590 Pfund geringer ist, was auf einen mittelgroßen Menschen von 12 Quadratfuß Oberfläche nicht weniger als 12 $\times$ 590 $=$ 7080 Pfund beträgt, so, dass es nicht zu wundern ist, wenn dadurch das in der Ebene bestandene Gleichgewicht zwischen dem innern und äußern Drucke aufgehoben und das Blut nach auswärts gedrängt wird.

Da die Luft (bei der Frostkälte) beinahe 770mal leichter als Wasser, folglich $13\frac{3}{5} \times 770 = 10462$mal leichter als Quecksilber ist, so müßte man (§. 145), wenn die Luft durchaus gleich dicht wäre, immer um beiläufig 73 Fuß höher steigen, damit das Barometer jedesmal um 1 Linie fiele. Da die Luft jedoch unten (wo sie von der obern zusammengepresst wird) dichter als oben ist, so muß man sich allmählich beim Aufwärtssteigen immer mehr als um 73 Fuß erheben, wenn das Quecksilber im Barometer jedesmal um 1 Linie fallen soll. Dieses allmähliche Erheben muß nämlich (wenn dabei eine gewisse Temperatur, ein bestimmter Feuchtigkeitsgrad u. s. w. vorausgesetzt wird) anstatt 73 sofort 75, 75·224, 75·449, 75·676 u. s. w. Fuß betragen.

Auf dieser Eigenschaft beruht das **Höhenmessen** mit dem **Barometer**, weil man aus dem Barometerstand auf die Höhe über der Meeresfläche schließen kann, auf welcher man sich befindet.

§. 172.

Mariotte'sches Gesetz.

Alle Luft- und Gasarten lassen sich genau nach dem Verhältnis der drückenden Kraft in einen kleineren Raum zusammenpressen, so, dass wenn sich die Temperatur dabei nicht ändert (oder die ursprüngliche wieder hergestellt wird) eine doppelt so große Kraft ein bestimmtes Volumen Luft z. B. bis auf $\frac{1}{2}$ Kubikfuß zusammendrücken kann, wenn dieses Volumen von der einfachen Kraft nur auf 1 Kubikfuß zusammengepresst wird; dabei ist aber auch die Elastizität oder Expansivkraft der Luft im ersten Falle genau doppelt so groß als im letztern: es steht also die Dichte, so wie die Elastizität der Luft, im geraden, dagegen das Volumen im umgekehrten Verhältnis mit der drückenden Kraft.

Dieses Gesetz wurde zuerst von Mariotte (in Paris um das Jahr 1676) entdeckt, daher es auch nach ihm benannt wird.

Zweites Kapitel.

Von der Ausdehnung der Luft durch die Wärme.

§. 173.

So wie alle Körper überhaupt, so wird auch die Luft von der Wärme ausgedehnt, und zwar in einem höheren Grad als feste und tropfbar flüssige Körper. Nach den hierüber gemachten Versuchen dehnt sich die Luft, wenn die Temperatur um einen Grad des hunderttheiligen Thermometers zunimmt, um den 267. Theil jenes Volumens aus, welches sie bei Null Grad, d. h. der Frostkälte besitzt; hat also

z. B. eine Luftmenge bei dieser Temperatur von Null Grad das Volumen von 1 Kubikfuß, so nimmt dieselbe bei 100 Grad, d. i. der Siedhitze des Wassers, einen Raum von $1 + \frac{100}{267} = 1 \cdot 375$ Kubikfuß ein.

Unter den tropfbar flüssigen Körpern dehnt sich das Quecksilber bis zu einem gewissen Grade sehr regelmäßig und zwar für jeden Grad des vorhin genannten Thermometers um den 5550. Theil des Volumens bei Null Grad aus.

Das Wasser hat die ganz eigenthümliche Eigenschaft, dass es sich von 0 bis 4 Grad noch mehr zusammenzieht und erst von da an ausdehnt.

Bei den festen Körpern beträgt bei einer Temperaturserhöhung von 0 bis 100 Grad (d. i. vom Gefrier- bis zum Siedepunkt des Wassers) die Längenausdehnung in Dezimalen ausgedrückt, beim Glas 0·000861, Platin 0·000857, Schmiedeisen 0·00122, Zink 0·00294 u. s. w. der Länge bei Null Grad.

§. 174.

Thermometer.

Da sich das Quecksilber bei einer gleichmäßigen Zunahme der Wärme sehr regelmäßig ausdehnt, so benützt man dasselbe vor allen andern Flüssigkeiten am liebsten zur Verfertigung von Wärmemessern oder Thermometern und zwar dadurch, dass man eine mit einer Kugel versehene Glasröhre zum Theil mit Quecksilber füllt, aus dem leer gelassenen offenen Theil der Röhre die Luft wegschafft, und dann das Glasrohr an dieser Stelle zuschmilzt, so, dass wenn das Glasrohr, die Kugel nach unten, aufgehängt wird, der obere Theil der Röhre, welcher sich über dem Quecksilber befindet, luftleer ist. Taucht man hierauf die Glasröhre sammt der Kugel einmal in schmelzendes Eis und ein zweitesmal in siedendes Wasser, und bemerkt sich am Rohr in beiden Fällen den Stand der Quecksilbersäule, so gibt der Abstand dieser beiden Punkte die Größe der Ausdehnung des Quecksilbers vom Frost- oder Austhaupunkt bis zum Siedpunkt des Wassers.

Theilt man nun den Abstand dieser beiden Punkte in 80 oder 100 gleiche Theile, bezeichnet den Gefrierpunkt mit 0 und den Siedpunkt im erstern Falle mit 80 und im letztern mit 100; so hat man beziehungsweise das Reaumur'sche und Celsius'sche oder 100theilige Thermometer. Theilt man dagegen diesen Abstand in 180 gleiche Theile und bezeichnet den Gefrier- oder Aufthaupunkt des Eises mit 32, folglich den Siedpunkt des Wassers mit 212, wobei man diese Grade (in allen 3 Fällen) auch noch von dem Gefrierpunkt abwärts trägt, so erhält man das bei den Engländern übliche Fahrenheit'sche Thermometer.

Bezeichnet man diese drei noch immer gebräuchlichen Thermometer mit den Anfangsbuchstaben R, C, F (Reaumür, Celsius, Fahrenheit), so hat man zur Verwandlung einer gewissen Anzahl von Wärmegraden eines Thermometers, oder der einen Scala auf jene einer andern, die Proporzionen;

$$R : C : (F-32) = 80 : 100 : 180 = 4 : 5 : 9.$$

So beträgt z. B. eine Wärme oder Temperatur von 60^0 R. sofort $\frac{5}{4} \times 60 = 75^0$ C. oder $\frac{9}{4} \times 60 + 32 = 167^0$ F.

Eine Temperatur von z. B. 40^0 C. ist $= \frac{4}{5} \times 40 = 32^0$ R. $= \frac{9}{5} \times 40 + 32 = 104^0$ F.

Eine Temperatur von z. B. 50^0 F. beträgt $\frac{4}{9}$ $(50-32) = 8^0$ R. oder $\frac{5}{9}$ $(50-32) = 10^0$ C. u. s. w.

Anmerkung. Da der im §. 139 angeführte Archimedische Satz auch für die Luft gilt, so muß ein Körper in dieser untersinken, schweben oder darin mit einer gewissen Kraft aufsteigen, je nachdem er spezifisch schwerer, eben so schwer, oder spezifisch leichter als die Luft ist. Nimmt man diese im Durchschnitt 800mal leichter als das Wasser an, so wiegt 1 Kubikfuß Luft (bei einer bestimmten Temperatur) nahe $2\frac{1}{4}$ Loth; ein Körper also, welcher ein Volumen oder eine äußere Oberfläche von K Kubikfuß hat und dabei weniger als $2\frac{1}{4}$mal K Lothe wiegt, muß in der Luft (beiläufig so, wie Korkholz, welches unterm Wasser ausgelassen wird, im Wasser) in die Höhe steigen, wie wir dieses bei Seifenblasen, dem Luftballon, dem Wasserdampf, Rauch, der wärmern in der kältern Luft u. s. w. auch wirklich sehen können.

Sechster Abschnitt.

Von der Aërodynamik oder der Bewegung der Luft.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse der Luft aus Gefäßen.

§. 175.

Erklärung.

So wie das Wasser aus einem mit einer Boden- oder Seitenöffnung versehenen Gefäße in die freie Luft ausfließt, eben so strömt auch die Luft aus einem solchen Gefäß in den leeren oder in einen mit dünnerer Luft erfüllten Raum mit einer gewissen Geschwindigkeit aus. Es lässt sich berechnen, dass die atmosphärische Luft bei ihrer mittlern Dichte (nämlich bei dem mittlern Barometerstand und der Temperatur von 10° C.) mit einer Geschwindigkeit von nahe 1270 Fuß per Sekunde in den leeren Raum ausströmen würde.

Nimmt man nämlich die gewöhnliche mit Wasserdampf geschwängerte atmosphärische Luft zu ungefähr 850mal leichter als das Wasser an, so muß auch eine mit einer Wassersäule in Kommunikazion stehende Luftsäule (§. 145) für das Gleichgewicht 850mal höher als die Was-

serſäule ſein; ſteht nun eine beiläufig 32 Fuß hohe Waſſerſäule (§. 171) mit dem mittlern Drucke der Atmoſphäre im Gleichgewicht, ſo muß die Luftſäule dafür eine Höhe von 850mal 32 d. i. von 27200 Fuß haben; die Geſchwindigkeit mit der die Luft aus einem Gefäße ausfließt, iſt aber nach demſelben Satze, welcher im §. 146 für das Waſſer aufgeſtellt wurde, eben ſo groß, als wenn ein Körper durch dieſe Höhe von 27200 Fuß herabfiele, welche zwar nach der Formel von $7{\cdot}874 \sqrt{h}$ (§. 146) nahe 1298 Fuß beträgt, welche Zahl größer als die oben angegebene von 1270 iſt, was jedoch daher rührt, daſs dieſe Zahlen 850 und 32 für die oben angenommene Temperatur von 10° kleine Veränderungen erleiden.

Eben ſo fließt eine Luft, welche dichter oder mehr zuſammengepreſſt als die gewöhnliche atmoſphäriſche Luft iſt, in die Atmoſphäre mit einer Geſchwindigkeit aus, welche dem Unterſchiede zwiſchen dem Drucke der äußern und jenem der im Gefäß eingeſchloſſenen dichteren Luft proporzional iſt.

Durch die theilweiſe oder ungleiche Erwärmung unſerer Atmoſphäre durch die Sonne, ſteigt die wärmere oder ſpezifiſch leichtere Luft in die Höhe und wird von der kältern erſetzt oder verdrängt; dadurch entſtehen Luftſtrömungen, welche wir Winde nennen.

§. 176.

Manometer.

Eine mit dem Innern eines Gefäßes A (Fig. 84) kommunizierende zweiſchenkelige Röhre amd, welche in ihrem untern Theil amb mit Waſſer oder Queckſilber gefüllt iſt, und mit ihrem obern Ende d frei in die Luft ausmündet, heißt Manometer und dient dazu, den Druck der Luft im Gefäße über jenen der äußern Luft oder der Atmoſphäre zu meſſen. Iſt nämlich der Druck der Luft- oder Gasart im Gefäße eben ſo groß wie der Druck der Atmoſphäre, ſo wird die Flüſſigkeit amb in beiden Schenkeln am und md des Rohres gleich hoch ſtehen; iſt dagegen der Druck im Gefäße größer als der äußere, ſo wird die Flüſſigkeit in dem Schenkel md höher als in jenem ma, und z. B. im erſtern bis c, im letztern nur bis a ſtehen, ſo, daſs man aus der Differenz der Höhen, d. i. aus der Höhe der Flüſſigkeitsſäule bc auf

den Überdruck der Luft- oder Gasart im Gefäß über den äußern Luftdruck schließen und diesen berechnen kann, wodurch sich dann auch die Geschwindigkeit finden lässt, mit welcher diese Luftart aus dem Gefäß in die Atmosphäre ausströmt.

Ist nämlich die manometrische (Sperr-) Flüssigkeit Quecksilber, D die Dichte oder das spezifische Gewicht desselben und d die Dichte der im Gefäße befindlichen Luft, so kann der durch die Quecksilbersäule bc = h gemessene Überdruck auch durch eine Säule der im Gefäße befindlichen Luft von der Höhe H bewirkt werden, wofür wegen (§. 145) $h : H = d : D$, $H = \frac{D}{d} h$ ist. Da nun aber, wie im vorigen §. bereits bemerkt, die Luft mit derselben Geschwindigkeit v ausfließt, welche ein durch die Höhe H frei herabfallender Körper erlangen würde, so ist diese Geschwindigkeit (§. 146) $v = 7{\cdot}874 \sqrt{H}$.

§. 177.

Ausfließende Luftmenge.

Ist die Geschwindigkeit bekannt, mit welcher die Luft aus einer Öffnung eines Gefäßes ausströmt, so darf man nur wieder die in Quadratfuß ausgedrückte Öffnung mit der in Fußen gegebenen Geschwindigkeit multiplizieren, um die per Sekunde ausfließende theoretische Luftmenge in Kubikfuß zu erhalten.

Um jedoch aus der theoretischen die wirkliche Ausflussmenge zu erhalten, muß man die erstere, wie es beim Ausfluss des Wassers der Fall war (§. 150 u. 151) noch mit einem Reduczionscoeffizienten multiplizieren, welcher für Öffnungen in dünnen Wänden = 0·65, für zilindrische Ansatzröhren = 0·93, und für konische Ansatzröhren = 0·94 angenommen wird.

Ist daher die Ausflussöffnung = a Quadratfuß, die Geschwindigkeit der ausfließenden Luft- oder Gasart = v F. und n der betreffende Reduczionscoeffizient, so ist die per Sekunde ausströmende Luftmenge

$M = nav$ Kubikfuß, oder wenn man für v den Wert aus dem vorigen §. setzt, $M = 7{\cdot}874\, na\sqrt{\frac{D}{d}h}$, wo D, d und h die dort angegebene Bedeutung haben.

§. 178.

Der Blasbalg.

Bei dem gemeinen, einfachen Blasbalg wird durch das Öffnen oder Auseinanderziehen des zwischen den beiden Brettern oder Deckeln befestigten gefalteten Leders die Luft durch die in dem einen Deckel angebrachte, und mit einer nach einwärts sich öffnenden Klappe verschlossenen Öffnung in den luftverdünnten Raum eingesogen, welcher sich durch die Vergrößerung oder Erweiterung des innern Raumes bildet; bei dem Zusammendrücken der beiden Deckel schließt sich diese Klappe, und die zusammengepreßte Luft muß durch das vorhandene Ausblasrohr ausströmen, wodurch eben das Blasen oder der Wind entsteht.

Da bei einem derartigen einfachen Blasbalg die Luft nur absatz- oder stoßweise im Augenblicke des Zusammendrükkens der Deckel ausströmt, so bringt man, besonders bei den Schmiedebälgen zwei, manchmal auch drei Abtheilungen so an, daß während die Luft in die eine Abtheilung eingesogen wird, die in der andern Abtheilung enthaltene Luft ausströmt, oder daß im letztern Falle die beiden äußern Abtheilungen die Luft in die als Reservoir dienende mittlere Abtheilung abgeben, von wo sie in einem kontinuirlichen Strom ausgeblasen wird.

In den großen Schmelzwerken benützt man die sogenannten Zilindergebläse, welche aus einem oder mehreren mit der Windleitung und der Düse (d. i. der Ausblasmündung) verbundenen gußeisernen Zilindern bestehen, in denen sich metallene Kolben luftdicht auf und ab bewegen, und so eingerichtet sind, daß beim Hin-

aufgehen des Kolbens die äußere Luft durch eine am Boden des Zilinders angebrachte Klappe in den Zilinder eindringt, und diese beim Niedergehen des Kolbens, wobei sich diese Klappe schließt, durch die Ausblasöffnung hinausgetrieben wird, während, wenn die Zilinder doppelt wirkend d. h. Doppelbläser sind, gleichzeitig wieder die äußere Luft auf die nämliche Art durch eine im Deckel angebrachte Klappen- oder Ventilöffnung in den obern Raum des Zilinders tritt, um beim darauf folgenden Hinaufgang des Kolbens ausgeblasen zu werden.

Solche Zilindergebläse können zu ihrem Betriebe, je nach ihrer Größe und Leistung, 50 und mehr Pferdekräfte erfordern.

Zweites Kapitel.

Von dem Widerstande und der bewegenden Kraft der Luft.

§. 179.

Erklärung.

Bewegt man ein ebenes Brett gerade (d. i. senkrecht auf die Brettebene) gegen die ruhige Luft, oder stößt umgekehrt die bewegte Luft, d. h. der Wind senkrecht gegen das ruhende Brett; so entsteht im erstern Falle ein Widerstand, und im letztern ein Druck oder Stoß gegen das Brett, welcher durch das Gewicht einer Luftsäule ausgedrückt wird, deren Grundfläche so groß wie die Brettebene, und deren Höhe den hierüber angestellten Versuchen zufolge, im erstern Falle beiläufig $1\frac{1}{3}$ und im letztern 2mal so groß als die Höhe ist, von welcher ein Körper frei herabfallen muß, um die Geschwindigkeit zu erlangen, mit welcher im erstern Falle das Brett bewegt wird, und im letztern die Luft anstößt.

Da über diesen Widerstand oder im zweiten Falle den Stoß der Luft noch einige Unsicherheit herrscht, so nimmt man für gewöhnlich den Widerstand mit dem Stoß der Luft als gleich groß an, und drückt beides in Pfunden durch die Formel $P = 0{\cdot}0277\ qAv^2$ aus,

wobei q das Gewicht (in Pfunden) von 1 Kubikfuß der bewegten oder anstoßenden Luft, A die Fläche des Brettes oder der Tafel (in Quadratfuß) und v die Geschwindigkeit per Sekunde der bewegten Tafel oder des anstoßenden Windes in Fußen bezeichnet.

Ist z. B. A = 20 Quadratfuß, v = 15 Fuß und q = 0·069 Pfund, so erhält man für beide Fälle P = 20·7 Pfund. Um also ein dünnes Brett oder eine Tafel von 20 Quadratfuß Fläche, in der ruhigen Luft mit 15 Fuß Geschwindigkeit (per Sekunde) in einer Richtung zu bewegen, welche auf der Ebene der Tafel senkrecht steht, muß man eine Kraft von 20·7 Pfund, also per Sekunde eine Arbeit von (§. 115) 20·7 × 15 = 310½ F. Pf. ausüben; eben so groß ist auch die Wirkung oder Leistung der an die Tafel mit der erwähnten Geschwindigkeit anstoßenden Luft.

So beruht z. B. auch die Wirkung des Fallschirmes, welchem man die Form eines ausgespannten Regenschirmes gibt, auf dem Widerstande der Luft gegen die aus Taffet oder Leinwand verfertigte hohle (sphäroidische) Fläche, welche oft 20 bis 30 Fuß im Durchmesser hat, und wobei dieser Widerstand, wie aus der obigen Formel zu ersehen, im quadratischen Verhältnis der Fallgeschwindigkeit zunimmt.

§. 180.

Windflügel.

So wie man das Wasser zur Bewegung der Wasserräder verwendet, eben so benützt man die Luft oder den Wind zur Bewegung der Windflügel, mit welchen man, wie z. B. vorzüglich in Holland, Wasserpumpen, Öhl- und Mahlmühlen in Bewegung setzt oder betreibt. Da jedoch die Windflügel nicht, wie es bei den Wasserrädern der Fall ist, nur zum Theile in die bewegende Flüssigkeit, welche hier die Luft ist, sondern gänzlich darin eingetaucht sind, so erfordert dieser Umstand eine von den Wasserrädern abweichende Konstrukzion.

Es werden nämlich in eine nicht völlig horizontal liegende, sondern mit dem Flügelende etwas nach aufwärts und zugleich gegen den Wind gerichtete starke Welle DC (Fig. 85) die sogenannte Flügelwelle, zwei lange Arme kreuzweise so durchgesteckt, dass dadurch 4 Arme oder Ruthen CA entstehen, in welche die Sprossen ab, a'b' . . . AB durchgesteckt werden, um das Gerippe für die Flügel zu bilden, welche aus Segeltuch oder dünnen Brettern hergestellt werden.

Da diese Sprossen mit der Bewegungs- oder Umdrehungsebene der Flügel (eine auf der Flügelwelle senkrecht gedachte Ebene) schief stehen, und zwar in der Art, dass ihre Neigungswinkel gegen diese Ebene von der innern (der Flügelwelle zunächst liegenden) Sprosse ab gegen die äußerste AB allmählich abnehmen; so bilden die Flügel keine ebene, sondern eine etwas hohle oder sogenannte windschiefe Fläche, in welcher sich der Wind leichter fangen und die Umdrehung der Flügel sammt der Welle, von wo aus die Bewegung auf die übrigen Maschinentheile fortgepflanzt wird, bewirken kann.

Da der Wind nicht immer von derselben Seite oder Weltgegend herkömmt, die Flügel aber beständig gegen den Wind gerichtet sein müßen; so lässt sich die Flügelwelle, entweder wie bei den holländischen Windmühlen bloß mit dem Dache, oder wie bei den deutschen Bockmühlen mit dem ganzen Hause herumdrehen und nach dem Winde stellen.

§. 181.

Effekt der Windmühlflügel.

Drückt man die gesammte Fläche der Windflügel, welche gegen den Wind gerichtet ist, in Quadratfuß, so wie die Geschwindigkeit des Windes per Sekunde in Fußen aus, so kann man, so weit dieß aus Beobachtungen und Versuchen zu ermitteln war, den Effekt der Windmühlflügel berechnen, indem man diese Fläche mit der 3ten Potenz oder dem Kubus der Geschwindigkeit des in der Richtung der Flügelwelle anstoßenden Windes multipliziert und dieses Produkt $\frac{3}{5000}$ mal nimmt.

Bezeichnet nämlich F die genannte Flügelfläche, V die Geschwindigkeit des Windes pr. Sekunde und E den Effekt der Flügel in dieser Zeit von 1 Sekunde; so kann man ziemlich nahe $E = \frac{3}{5000} F V^3$ Fußpfund setzen.

Beispiel.

Betragen z. B. bei einer Windmühle, welche zum Vermahlen des Getraides bestimmt ist, die vier Flügelflächen ABab (Fig. 85) zusammen 800 Quadratfuß, und stößt der Wind mit einer Geschwindigkeit von 20 Fuß (per Sekunde) an, so ist der Effekt binnen

einer Sekunde $E = \frac{8}{5000} \times 800 \ (20)^3 = 3840$ F. Pf. oder $3840 : 430 = 8 \cdot 9$ d. i. nahe 9 Pferdekräfte.

Anmerkung. Aus dem Widerstand der Luft erklärt sich das unschädliche Herabfallen der Regentropfen (welche im luftleeren Raume wie Schrotkörner verletzen würden); das schnellere Fallen der dichtern Körper (Hagelkörner fallen schneller als Regentropfen und diese wieder schneller als Schneeflocken u. s. w.); das gleichförmige Herabsinken der Fallschirme und der Gewichte, wenn letztere, wie bei den Bratenwendern, Spieluhren u. s. w., mit schnell umlaufenden Windflügeln (Windfängen) in Verbindung stehen; das schwächere Anstoßen der Quecksilbersäule im Barometer gegen den obern zugeschmolzenen Theil der Glasröhre, wenn dieser Theil Luft enthält, als wenn er (wie es sein soll) ganz luftleer ist u. s. w.

Aus der Luftströmung erklärt sich die rotierende Bewegung der Windrädchen, welche man öfter in die Fenster zur Ventilierung der Zimmerluft einsetzt; die Bewegung der schlangenförmig zugeschnittenen Papierstreifen, welche man als Spielzeug mit einem kleinen Gestell auf den warmen Ofen stellt; das Aufsteigen der papiernen Drachen u. s. w.

Drittes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

§. 182.

Eigenschaften des Wasserdampfes.

Bekanntlich fängt das in einem oben offenen Gefäße über das Feuer gesetzte Wasser, sobald dieses unter dem gewöhnlichen Luftdrucke eine Temperatur von 80° R. oder 100° C. erreicht hat, zu sieden und auch zu verdampfen an; dabei ist merkwürdig, dass sich durch fortgesetzte Feuerung das sämmtliche Wasser, ohne dass die Temperatur weiter steigen kann, allmählich in Dampf verwandelt. Der auf diese Weise gebildete Dampf wird, da er dem Drucke der Atmosphäre, welcher (§. 170) auf jeden Quadratzoll Fläche $12\frac{3}{4}$ Pfund beträgt, gleich kommt, Dampf von einer Atmosphäre genannt.

Die Versuche zeigen, dass ein solcher Dampf beiläufig einen 1700mal größern Raum als das Wasser einnimmt, woraus derselbe erzeugt wurde, so, dass also aus 1 Kubikzoll Wasser 1700 Kubikzoll (also beinahe 1 Kubikfuß) Dampf von dieser Spannkraft entsteht oder erzeugt werden kann.

§. 183.

Lässt man solchen Dampf in den untern Raum eines Zilinders A (Fig. 86), in welchem sich ein Kolben k dampfdicht ohne Reibung soll bewegen können, einströmen, so wird dieser Kolben, wenn er nichts als den Druck der Atmosphäre zu überwinden hat (dessen Gewicht also unberücksichtigt bleiben kann), dadurch aufwärts bewegt werden. Wäre dagegen der Luftdruck auf die obere Kolbenfläche aufgehoben, so könnte man dafür auf denselben so viel mal $12\frac{3}{4}$ Pfund Gewicht auflegen, als diese Kolbenfläche Quadratzolle hat.

Bringt man dagegen das Wasser in einem ganz verschlossenen Gefäß, z. B. in dem untern Raume des oben genannten Zilinders A (Fig. 86), zum Sieden und Verdampfen, und legt auf den Kolben k ein Gewicht auf, welches so viel mal $12\frac{3}{4}$ Pfund als die Fläche Quadratzolle hat, wodurch der Druck jetzt doppelt so groß, d. i. auf jeden Quadratzoll 2mal $12\frac{3}{4}$ Pfund (nämlich einmal von Seite der Atmosphäre, das zweite mal durch das aufgelegte Gewicht) wird, so fängt das Wasser nicht mehr wie vorhin bei 80, sondern erst bei 97° R. zu sieden und zu verdampfen an, und es entsteht dadurch, weil dieser so gebildete Dampf ebenfalls den Kolben k fortschiebt, ein Dampf von zwei Atmosphären Spannung.

Auf eine ganz ähnliche Weise nun, nimmt sowohl die Temperatur als auch die Spannkraft oder Elastizität des

Dampfes immer mehr zu, unter einem je höhern Druck, d. i. unter einer je höhern Belastung des beweglichen Kolbens **k**, welcher in diesem Falle die Stelle eines Ventils einnimmt, der Dampf entwickelt wird; dadurch erhält man Dampf von 2, 3 . . . 10 und noch mehr Atmosphären, d. h. einen Dampf, welcher auf jeden Quadratzoll einen Druck von 2, 3 . . . 10mal $12\frac{3}{4}$ Pfund ausübt.

Es kann daher, wenn dem Dampfe kein Ausgang gelassen wird, durch fortgesetztes Heizen jedes Gefäß oder jeder Kessel, und wenn er auch noch so stark wäre, durch die immer höher steigende Spannkraft des darin erzeugten Dampfes zersprengt, und dadurch großes Unglück herbeigeführt werden.

Um diesem vorzubeugen, muß man bei jedem Dampfkessel (so auch auf den zum häuslichen Gebrauche dienenden Papinianischen Töpfen) ein sogenanntes Sicherheitsventil anbringen, und dasselbe nur so weit belasten, dass es durch den Druck des Dampfes noch viel früher gehoben wird und den Dampf entweichen lässt, als der Kessel zerspringen könnte.

§. 184.

So wie die Temperatur des Wassers und des sich bildenden Dampfes höher als 80° R. steigt, wenn auf dasselbe ein Druck von mehr als einer Atmosphäre stattfindet, so fängt umgekehrt das Wasser schon bei einer geringern Temperatur als 80° R. zu sieden an, wenn der Druck auf die Wasserfläche geringer als 1 Atmosphäre ist, wie man dieß z. B. unter der Luftpumpe und auf hohen Bergen beobachten kann.

Beträgt z. B. der Druck auf die Oberfläche des Wassers nur $\frac{1}{2}$ Atmosphäre oder $6\frac{3}{8}$ Pfund auf den Quadratzoll, so siedet das Wasser schon bei $50\frac{1}{2}$ ° R., entwickelt aber dabei einen Dampf, welcher ebenfalls nur eine Spannkraft von $\frac{1}{2}$ Atmosphäre besitzt. Gewisse Fleischgattungen könnten daher bei dieser niedern Temperatur nicht gar oder weich gekocht werden, während dieses im Gegentheil im Papinianischen Topfe, wo die Temperatur über 80° R. steigt, leichter und schneller als in einem offenen Gefäße geschieht.

§. 185.

Fühlbare und gebundene Wärme.

Wie schon im §. 182 erwähnt wurde, so nimmt die Temperatur des siedenden Wassers, auch bei dem stärksten Feuer, nicht weiter zu, d. h. es kann die am Thermometer wahrnehmbare oder die fühlbare Wärme des Wassers nicht erhöht werden; die dem Wasser zugeführte Wärme wird nämlich lediglich dazu verwendet, um dessen tropfbar flüssige Form in die Gas- oder Dampfform umzuwandeln, und diese hiezu nothwendige Wärme wird die gebundene oder latente Wärme genannt.

Sobald daher der Wasserdampf mit kältern Körpern (namentlich mit kaltem Wasser) in Berührung kommt, die ihm einen Theil dieser gebundenen Wärme entziehen, so wird er wieder zu Wasser verdichtet, oder wie man sich ausdrückt, kondensiert.

Ist der Zilinder A (Fig. 86) von z. B. 1 Kubikfuß Inhalt mit Dampf von 1 Atmosphäre Spannung erfüllt, und stellt man diesen in kaltes Wasser, oder spritzt man, was gewöhnlich geschieht, in den innern Raum selbst kaltes Wasser in feinen Stralen ein, so wird der Zilinder, wenn man das eingespritzte Wasser dabei unberücksichtiget lässt, fast ganz leer, indem sich dieser Kubikfuß Dampf (§. 182) nahe in 1 Kubikzoll Wasser verwandelt. Unter diesen Umständen würde der Kolben k, da er unter sich keinen Widerstand findet, durch den auf seine obere Fläche wirkenden Luftdruck mit einer Kraft hinabgedrückt, welche auf jeden Quadratzoll $12\frac{3}{4}$ Pfund beträgt.

§. 186.

Wirkungsart des Dampfes bei Dampfmaschinen.

Um den Dampf zur Bewegung von Maschinen zu benützen, lässt man denselben aus dem Dampfkessel, wo er

erzeugt wird, in einen gusseisernen Zilinder, den sogenannten Dampfzilinder A (Fig. 87) einströmen, in welchem ein gut passender Kolben U, der Dampfkolben, dessen Stange Z durch den Zilinderdeckel luft- und dampfdicht mittelst einer sogenannten Stopfbüchse 15 durchgeht und sich mit dem Endpunkt a eines horizontalen Wagbaumes N (Balanzier) gelenkartig verbindet, auf und ab geht. Der aus dem Kessel durch den Kanal D zuerst in die Dampfkammer pp tretende Dampf wird durch die Kanäle n und r abwechselnd über und unter den Kolben geleitet, um diesen hinab und hinauf zu schieben; ist nämlich der Kolben eben hinauf gegangen, also der Raum des Zilinders A unter dem Kolben mit Dampf ausgefüllt, so schiebt sich der Kanal B (das Schubventil) in jene Stellung, welche hier in der Zeichnung sichtbar ist, wodurch der Dampf aus der Kammer pp oben durch n über den Kolben einströmen, und der bereits benützte unter dem Kolben befindliche Dampf durch r in den Kanal B, und von da durch t und s in den Kondensator C gelangen kann, wo er durch Einspritzen von kaltem Wasser (voriger §.) durch die Brause g kondensiert, dadurch unter dem Kolben ein luftleerer oder eigentlich luftverdünnter Raum erzeugt, und daher das Herabgehen des Kolbens erleichtert wird.

Ist der Kolben unten angekommen, so verschiebt sich der Kanal B von selbst (durch die sogenannte Steuerung bewirkt) soweit nach abwärts, dass die Öffnung m auf jene n trifft, folglich der Dampf aus der Kammer pp durch den Kanal r unter dem Kolben einströmen, und der im obern Zilinderraume befindliche, bereits benützte Dampf durch n und m in den Kanal B, und von da wieder durch t und s in den Kondensator C abziehen, und dort kondensiert werden kann, wodurch jetzt über dem Kolben ein luftverdünnter Raum hergestellt, und das Hinaufgehen des Kolbens erleichtert wird.

Da bei dieser auf- und abgehenden Bewegung des Kolbens, wegen der erwähnten Verbindung desselben mit dem um eine bei **O** befindliche horizontale Achse beweglichen Wagbaume **N**, dieser auf und ab oszilliert, so wird durch die am andern Ende desselben bei e eingehängte Schubstange **X**, welche in die Kurbel **K** eingreift, ein Schwungrad **S** umgedreht, durch welches die übrigen, damit in Verbindung gebrachten Maschinen betrieben werden können.

Bei der hier erklärten Einrichtung, bei welcher der benützte Dampf nach jedem Kolbengang (Kolbenspiel) in ein gußeisernes, mit kaltem Wasser umgebenes Gefäß d. i. den Kondensator geleitet, und darin durch Einspritzen von kaltem Wasser kondensiert oder zu Wasser verdichtet wird, braucht der aus dem Kessel zuströmende Dampf nur eine Spannung von 2 oder 3 Pfund auf den Quadratzoll über den Luftdruck (der sogenannte Überdruck) zu haben (in welchem Falle man niedrig gespannte Dämpfe hat, während es auch Maschinen gibt, bei welchen der Dampf (wie z. B. bei den Lokomotiven), nachdem er gewirkt hat, in die freie Atmosphäre austritt, wodurch auf den Kolben ein beständiger Gegendruck von $12\frac{3}{4}$ Pfund auf jeden Quadratzoll seiner Fläche stattfindet, und in welchem Falle man Dämpfe anwendet, welche eine Spannung von 3, 4, 5 und mehr Atmosphären haben (hochgespannte Dämpfe). Dampfmaschinen der erstern Art nennt man Niederdruck-, jene der letztern, nach Umständen Mittel- oder Hochdruckmaschinen.

Um das, gewöhnlich auch Luft enthaltende Wasser, welches sich im Kondensator **C** (ein gußeisernes Gefäß) anhäufen würde, fortwährend wegzuschaffen, steht damit die sogenannte Luftpumpe **E** in Verbindung, deren Kolben **Q** Luft und Wasser, welches gewöhnlich eine ziemlich hohe Temperatur besitzt, (weil der kondensierte Dampf seine gebundene Wärme §. 185 an das Wasser abgibt) in die Warmwasser-Zisterne **F** pumpt, von wo aus die Speispumpe **J** (eine Druckpumpe) einen Theil in den Dampfkessel schafft, um das verdampfte Wasser gleichzeitig wieder zu ersetzen.

Um ferner den Kondensator von außen und innen fortwährend mit kaltem Wasser zu versehen, pumpt die Kaltwasserpumpe **H** aus einem Brunnen beständig kaltes Wasser in die Maschine.

Um die bei jedem Kolbengang nothwendige Bewegung oder Steuerung des Dampfschiebers **B** zu bewirken, ist auf der Achse o′ des Schwungrades eine sogenannte exzentrische Scheibe **R** befestiget, welche bei jeder Umdrehung dieser Achse den Schubrechen **T**, welcher am andern Ende in einen um h drehbaren, mit dem Schubventil **B** in Verbindung stehenden Winkelhebel eingehängt ist, einmal hin- und einmal herschiebt, und dadurch die rechtzeitige Bewegung dieses Dampfschiebers bewirkt.

Damit endlich die Maschine, selbst wenn der zu überwindende Widerstand etwas zu- oder abnimmt, möglichst gleichförmig arbeiten möge, ist mit der Schwungradachse durch Riemen 10 und Kegelräder 8, 9 der sogenannte Regulator V so in Verbindung, dass, wenn z. B. die Maschine anfienge, zu schnell zu gehen, auch die vertikale Spindel schneller umlaufen, dadurch wegen der zunehmenden Fliehkraft (§. 113) die beiden Kugeln 1 1 auseinander gehen, dabei die Hülse 2 hinaufgeschoben, und dadurch wieder mittelst der Hebel 3, 4, 6 und Fortleitungsstangen 5, 7, das im Dampfzuleitungskanal D befindliche Drosselventil f mehr oder weniger zugemacht und die Dampfzuströmung gemäßiget würde.

§. 187.

Berechnung einer Niederdruckmaschine.

Um eine solche Dampfmaschine zu berechnen, muß man sowohl die Dampfspannung im Kessel (was man durch ein Manometer §. 176 finden kann) als auch den Druck suchen, welcher noch im Kondensator auf 1 Quadratzoll Fläche besteht (welchen man durch ein passend angebrachtes Barometer bestimmt), den letztern von dem Dampfdruck abziehen, um den wirksamen, oder effektiven Dampfdruck auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche und diesen mit der in Quadratzoll ausgedrückten Kolbenfläche multiplizieren, um die Kraft zu erhalten, mit welcher der Kolben fortgeschoben wird; multipliziert man endlich diese Kraft noch mit der mittlern Geschwindigkeit in Fußen ausgedrückt, welche der Kolben per Sekunde hat, so erhält man den theoretischen Effekt dieser Maschine per Sekunde. Da aber bei allen Dampfmaschinen die Verluste an Dampf, die verschiedenen Reibungen und noch andere Ursachen diesen Effekt bedeutend (oft um die Hälfte) vermindern, so muß man diesen Effekt noch mit einem aus der Erfahrung abgeleiteten Redukzionscoeffizienten (welcher immer ein echter Bruch ist) multiplizieren, um daraus den wirklichen oder Nutzeffekt (§. 118) zu erhalten. Was diesen Redukzionscoeffizienten betrifft, so wird dieser von den

kleinern zu den größern Maschinen übergehend von 0·50 (d. i. ½) bis 0·65 genommen.

Ist allgemein F die Kolbenfläche in Quadratzoll, p der Druck des Dampfes im Kessel und q jener im Kondensator auf 1 Quadratzoll in Pfunden, und v die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens (per Sek.); so ist $P = (p-q) F$ Pfunde der wirksame Dampfdruck auf den Kolben oder die mit diesem verbundene bewegende Kraft, folglich $E' = Pv = (p-q) Fv$ F. Pf. Der theoretische Effekt per Sekunde. Ist ferner k der betreffende Reduktionscoeffizient, so ist $E = k(p-q) Fv$ F. Pf. der Nutzeffekt einer solchen Dampfmaschine per Sekunde, folglich $N = \frac{E}{430}$ die Anzahl der Pferdekräfte (§. 115), welche diese Maschine besitzt.

Für Dampfmaschinen dieser Art von 4 bis 10 Pferdekräfte setzt man $k = 0·50$, für Maschinen von 10 bis 20 wird $k = 0·56$, für Maschinen von 20 bis 50 wird $k = 0·60$ und für noch stärkere Maschinen $k = 0·65$ gesetzt.

Beispiel.

Hat der Dampfzilinder einen lichten Durchmesser von 4 Fuß, der Dampf im Kessel eine Spannung von 16 Pfund auf den Quadratzoll (also $3\frac{1}{4}$ Pf. Überdruck), im Kondensator von 2 Pfund, und der Kolben eine mittlere Geschwindigkeit von 3 Fuß per Sekunde; so hat der Kolben eine Fläche von $4 \times 3·1416 = 12·5664$ Quadratfuß oder $144 \times 12·5664$ d. i. beinahe 1810 Quadratzoll; der wirksame Druck des Dampfes beträgt auf den Quadratzoll 16—2 d. i. 14 Pf., daher auf die ganze Kolbenfläche 14×1810 oder 25340 Pfund; diese Kraft mit der Kolbengeschwindigkeit multipliziert, gibt als theoretischen Effekt $3 \times 25340 = 76020$ F.. Pf oder $76020 : 430 = 176\frac{4}{5}$ Pferdekräfte; nimmt man endlich für diese Maschine den Reduktionscoeffizienten mit 0·65 (d. h. den Nutzeffekt zu 65 Prozent) an, so erhält man für den Nutzeffekt dieser Maschine 115 Pferdekräfte.

Siebenter Abschnitt.

Von den Mahlmühlen und Stampfwerken.

Erstes Kapitel.

Von den Mahlmühlen.

§. 188.

Erklärung.

Unter einer Mahlmühle versteht man eine Maschine, mittelst welcher das Getraide zu Mehl vermahlen wird. Je nachdem die zu ihrem Betrieb verwendete Kraft Wasser, Wind oder Dampf ist, heißt eine solche Mühle eine Wasser-, Wind- oder Dampfmühle; wird sie bloß durch Menschenhände betrieben, so heißt sie Handmühle; wird sie aber endlich durch Pferde oder Ochsen (gewöhnlich einen Göpel §. 68) in Betrieb gesetzt, so heißt sie eine Roß- oder Ochsenmühle.

§. 189.

Wesentliche Bestandtheile einer gewöhnlichen Mahlmühle.

Die bei den gewöhnlichen Mahl- oder Steinmühlen vorkommenden Hauptbestandtheile sind folgende: 1. Die beiden

zilinderförmigen Steine, Mühlsteine genannt, welche gewöhnlich aus einem festen Sandstein mit eingesprengtem Quarz bestehen, und mit ihren Grundflächen horizontal liegen, und zwar liegt der untere a (Fig. 88), Bodenstein genannt, fest, während der obere b oder der Läufer um seine vertikal stehende Achse umläuft. Dazu ist derselbe mittelst des eingelassenen Obereisens (der Haue) i mit der vertikalen eisernen Spindel oder dem Mühleisen s so verbunden, dass durch die Umdrehung dieser auf einer stählernen Spur oder in der Mühlpfanne e laufenden Spindel auch der Stein b mit umläuft; damit diese am obern Theil rund gedrehte Spindel nicht schwankt, geht sie durch eine in den Bodenstein a eingekeilte hölzerne Büchse (der Buchs genannt) t, welche als Pfanne oder Halslager dient, durch. Die Mühlpfanne e ist in dem sogenannten Steg f, welcher auf den beiden Tragbänken gg ruhend, mittelst Keilen oder Schrauben sammt dem Läufer b gehoben und gesenkt werden kann, um die Mahlflächen von einander zu entfernen oder einander zu nähern, eingelassen.

Auf den vierkantig gelassenen Theil der Mühlspindel ist ein kleines Getrieb (der Trilling) d aufgeschoben, in welches das bei Wassermühlen gewöhnlich auf der Wasserradswelle V befestigte Kammrad A eingreift, und dadurch die Umdrehung des Wasserrades auf den Läufer b überträgt.

Da der gewöhnlich 35 bis 36 Zoll im Durchmesser haltende Läufer per Minute von 180 bis 200mal umlaufen soll, um gutes Mehl zu erzeugen, so ist man bei einem sehr langsamen Gang des Wasserrades manchmal genöthigt, zwischen dem Trilling d und dem Kammrad A noch ein mit einem Getriebe verbundenes Stirnrad, nämlich ein sogenanntes Zwischengeschirr anzubringen, um die langsame Bewegung des Wasserrades in die schnelle des Läufers zu verwandeln.

Zum Einlassen des Getraides zwischen die Steine (welche auf ihren Mahlflächen oft täglich geschärft oder behauen werden müßen) befindet sich im Läufer nach der Achse eine konzentrische Öffnung, das Läuferauge h, über welches der an der Gosse B beweglich angebrachte Gosschuh m so hängt, dass das in die Gosse eingeschüttete Getraide durch die schüttelnde Bewegung des Schuhes m, welche durch einen in das Läuferauge eingelassenen, mit 3 Absätzen versehenen Prellring und einen im Gosschuh befestigten, an diesen Ring durch eine Spannfeder angedrückten Bolzen r hervorgebracht wird, in das Läuferauge einläuft, und zwischen den Mahlflächen, wo es, durch die Fliehkraft (§. 112) allmählich gegen den Umfang der Steine getrieben, zermahlen wird. Da der Läufer mit einem Sturz, der sogenannten Zarge cc bedeckt ist, so kann das Schrot- oder Mahlgut von der Peripherie der Steine aus, zur nöthigen Absonderung der Kleien von dem Mehle, nur an einer Stelle, wo ein passender Ausschnitt angebracht ist, in dem aus Wollstoff (dem Beuteltuch) verfertigten Mühlbeutel E, welcher in einer schiefen abwärtsgehenden Lage in dem Beutelkasten D so befestigt ist, dass er ebenfalls eine schüttelnde Bewegung annehmen kann, einlaufen; dabei wird das Mehl in den Beutelkasten gebeutelt, während die gröberen Theile, wie Gries und Kleien, durch den Beutelkanal in das vor dessen untere Mündung vorgelegte und ebenfalls in eine schüttelnde Bewegung gebrachte Sieb, den sogenannten Sauberer l, gelangen, und hier von einander abgesondert werden.

Die schüttelnde Bewegung sowohl des Beutels als Sauberers geht von einer dreilappigen herzförmigen, auf der Mühlspindel befestigten Scheibe, dem Dreischlag v aus, an welche ein in der aufrechten beweglichen Welle z befestigter Arm w mittelst einer Feder angedrückt wird, und diese Welle beim Umlaufen dieser Scheibe in kurze oszillierende Bewegungen

setzt, welche dem Beutel durch einen Hebel 1 und Sauberer durch die Stange 2 mitgetheilt werden.

§. 190.

Nöthige Betriebskraft.

Der bei einer Mahlmühle vorkommende Hauptwiderstand entsteht zwischen den Steinen durch das Zermahlen oder Zerreiben des Getraides, und dieser ist der Größe der Mahlflächen, folglich dem Quadrat des Halbmessers der Steine, proporzional. Ein weiterer Widerstand entsteht durch die schüttelnde Bewegung des Gosschuhes, Beutels und Sauberers, so wie noch mehrere Nebenhindernisse aus der Reibung der Mühlspindel in der Pfanne und Büchse, der Reibung zwischen den Kämmen und Triebspindeln, der Wellzapfen in ihren Pfannen, der Reibung und den Stößen an dem Prellring, Dreischlag u. s. w.

Mit Rücksicht auf alle diese Widerstände kann man bei einer nach unserem Sisteme gebauten Mühle, wenn sie nur aus 1 paar Steinen besteht (eingängig ist) die in Pferdekräften ausgedrückte nöthige Betriebskraft ganz einfach bestimmen, wenn man den in Fußen ausgedrückten Halbmesser des Läufers (oder der Mühlsteine überhaupt) mit sich selbst und dann noch mit der Zahl $1\frac{5}{8}$ multipliziert.

Beispiel.

Um die Betriebskraft für eine Mühle von einem Mahlgange zu finden, welche 36zöllige Steine führt, ist der Halbmesser in Fußen $= 1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$, folglich die Anzahl der nöthigen Pferdekräfte $= 1\frac{5}{8} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{117}{32} = 3{\cdot}66$ oder nahe $3\frac{2}{3}$.

In der neuern Zeit werden auch Mühlen von andern Einrichtungen, namentlich mit stählernen zilindrischen kannelierten Walzen, die sogenannten Walzmühlen, zum Zermahlen des Getraides angewendet.

Zweites Kapitel.

Von den Stampfwerken.

§. 191.

Erklärung.

Zum Zerstoßen oder Verkleinern gewisser Materialien, wie z. B. des Gipses (in den Gipsmühlen), der Erze (bei Pochwerken), der Eichen-, Fichten- und Birkenrinden als Gerbemateriale (bei den Lohmühlen) u. s. w. bedient man sich der Stampf- oder Pochwerke, welche aus mehreren hölzernen, unten mit Eisen beschlagenen vierkantigen Prismen AA (Fig. 89), den sogenannten Stempeln oder Stämpfern bestehen, die sich lothrecht zwischen vier horizontal liegenden Latten nn, den sogenannten Scheidelatten, auf und ab bewegen können, und an der einen Fläche mit einem Daumen oder Ansatze b, der Hebelatte versehen sind. Um diese Stämpfer heben und auf das zu zerkleinernde Materiale frei fallen lassen zu können, ist eine liegende Welle C, die sogenannte Daumenwelle, welche entweder unmittelbar oder durch Zwischenräder von der Triebkraft (Wasser, Pferde rc.) umgedreht wird, vorhanden, auf deren Oberfläche nach einer gewissen Ordnung die Daumen oder Hebköpfe aa befestigt sind, wovon der Reihe nach immer einer die Heblatte b eines Stämpfers von unten ergreift, aufhebt und wenn er bei der Umdrehung der Welle in die höhere Lage s gekommen ist, die

Latte auslässt, worauf der Stämpfer frei herabfällt, und so lange ruht, bis ihn der nächst folgende Hebkopf a neuerdings wie der vorige aufhebt und fallen lässt.

Je nach den verschiedenen Zwecken sind sowohl die im Grundbaume ausgehauenen Gruben oder Löcher ii, und Beschläge oder Schuhe SS, als auch die Gewichte und Hubhöhen der Stämpfer verschieden.

In manchen Fällen, wie z. B. bei den ältern Papiermühlen, dem sogenannten deutschen Geschirr, werden die Stämpfer zum Zerstampfen der Hadern oder Lumpen zur Papiererzeugung (zur Bereitung des Halbzeuges, was jetzt fast allgemein in dem sogenannten Holländer geschieht) hämmerartig an Stielen oder Schwingen befestigt, wovon sich jeder um einen Nagel oder Bolzen drehen kann, und welche etwas über den Stämpfer oder Hammer hinaus vorstehen, um zugleich die Heblatte zu bilden, an welcher der Stämpfer oder Hammer vom Hebkopf der Daumenwelle gehoben wird.

Auf ähnliche Weise werden auch bei den Walkmühlen die hölzernen Hämmer, wovon gewöhnlich zwei in einem Loche des Walktroges arbeiten, mittelst ihrer Stiele oder Schwingen gehoben.

§. 192.

Nöthige Betriebskraft.

Multipliziert man das in Pfunden ausgedrückte Gewicht eines Stämpfers mit der Höhe in Fußen, auf welche er gehoben werden soll, so hat man (§. 115) die hiezu nothwendige Arbeit in Fußpfund; wird dieses Produkt noch mit der Anzahl der Stämpfer multipliziert, welche während 1 Minute gehoben werden, so hat man die von Seite der bewegenden Kraft per Minute nöthige Arbeit. Da jedoch außerdem noch mehrere Widerstände, wie z. B. die Reibung der Stämpfer zwischen den Scheidelatten, so wie zwischen den Hebköpfen und Heblatten vorkommen, ferner auch durch das bei jedem Angriffe eines Stämpfers stattfindende Anstoßen des Hebkopfes der Daumenwelle an die Heblatte des Stämpfers, ein Theil der bewegenden (oder wie man sagt, der lebendigen) Kraft verloren

geht; so findet man mit Rücksicht auf alle diese Umstände die zum Betriebe eines solchen übrigens gut ausgeführten Stampfwerkes nöthige dynamische oder Betriebskraft in Fußpfunden, wenn man das Gewicht eines Stämpfers (in Pfunden) mit der Hubhöhe (in Fußen), ferner mit der Anzahl aller Stämpfer und endlich noch mit der Zahl multipliziert, welche angibt, wie oft jeder Stämpfer per Minute gehoben wird, und das Produkt durch 45 dividiert.

Ist nämlich p das Gewicht eines Stämpfers, h die Hubhöhe, n die Anzahl der Stämpfer, wovon jeder per Minute m mal gehoben wird; so ist der Nutzeffekt dieser Stämpfer per Minute $= nmph$, also per Sekunde $= \frac{nmph}{60}$, und wenn man, wozu die Versuche und Beobachtungen berechtigen, annimmt, daſs die oben genannten Nebenhindernisse und Kraftverluste den 3. Theil dieses Nutzeffektes ausmachen, die nöthige Arbeit per Sekunde $= \frac{4}{3} \cdot \frac{nmph}{60} = \frac{nmph}{45}$ F. Pf.

Beispiel.

Hat z. B. ein Stampfwerk 12 Stämpfer, wovon jeder 80 Pfund wiegt, und soll jeder bei einer Hubhöhe von 18 Zoll in einer Minute 45 Schläge machen, so bedarf man, da $p = 80$, $h = 1\frac{1}{2}$, $n = 12$ und $m = 45$ ist, zum Betriebe desselben per Sekunde eine dynamische Kraft oder eine Arbeit von $\frac{12 \times 45 \times 80 \times 1\frac{1}{2}}{45} = 1440$ F. Pf. oder etwas über $3\frac{1}{3}$ Pferdekraft.

Anmerkung. Auf eine ähnliche Art werden auch die Hammerwerke berechnet, welche nicht nur zur Umwandlung des Roh- oder Gusseisens in Schmied- oder Stabeisen bei dem sogenannten Frischprozeſs, sondern auch noch in unzähligen andern Fällen bei den Erzeugnissen der Metallwaaren erforderlich sind. Die dabei angewandten Hämmer haben für gewöhnlich ein Gewicht von $\frac{1}{2}$ bis 10 Zentner, obschon dieses in besondern Fällen selbst bis 100 Zentner und darüber steigen kann.

Anhang
von einigen Tafeln.

I. Tafel.

Reibungscoefficienten für die nachbenannten Körper während der Bewegung.

(Zu § 127, Seite 113.)

Reibende Körper.	trocken oder ohne Schmier.	eingeschmiert mit: Unschlitt o. Schweinschmalz.	eingeschmiert mit: Olivenöhl.	eingeschmiert mit: trockener Seife.
Holz auf Holz	0·20—0·48	0·06—0·08	—	0·14—0·16
Metall auf Metall	0·15—0·24	0·07—0·11	0·06—0·08*)	—
Holz auf Metall (oder umgekehrt)	0·20—0·62	0·06—0·10	0·05—0·08	—

Leder auf Eichenholz, trocken 0·27—0·35, mit Wasser benetzt 0·29,
Leder auf Gusseisen, trocken 0·56, benetzt 0·36, fett und benetzt 0·23.
Hanfseile auf Eichenholz, trocken 0·45, benetzt 0·33.
Stein auf Stein oder Ziegel auf Stein, trocken 0·65.

*) Wird bei der gleitenden, so wie auch bei der Zapfenreibung von Metall auf Metall, das Einschmieren mit Olivenöhl nicht fortwährend erneuert, so muß man den Reibungscoeffizienten von $\frac{1}{10}$ auf $\frac{1}{8}$, ja für den Fall, dass die reibenden Flächen nur mehr fettig anzufühlen sind, selbst bis $\frac{1}{6}$ vergrößern und in Rechnung bringen.

II. Tafel.

Spezifische Gewichte mehrerer Körper (zu §. 35, Seite 25).

a. Feste Körper.

(Bezogen auf das spezifische Gewicht des Wassers = 1.)

Benennung der Körper.	Spezifisches Gewicht.
Ahornholz	0·659—0·904*)
Alabaster	2·638—2·876
Baustein (im Durchschnitt) . . .	2·500
Blei	11·352—11·445
Braunkohlen	1·100—1·850
Buchenholz (Roth=)	0·591—0·982
" (Weiß=)	0·770—0·945
Eichenholz	0·678—1·075
Eis (im Durchschnitt)	0·950
Eisen, geschmiedet	7·788
" gegossen	7·207—7·251
Eschenholz	0·644—0·904
Glas	2·450—3·000
Kalkstein	2·456—2·720
Kanonengut	8·441—9·235
Kieferholz	0·550—0·912
Kupfer, gegossen	8·788
" gehämmert	9·000
Lärchenholz	0·474—0·921
Lindenholz	0·439—0·817
Marmor	2·717—2·838
Mauerwerk (Ziegel u. Mörtel) frisch	1·554—1·700
" " " " trocken	1·471—1·593
" Bruchsteine, frisch . .	2·460
" " trocken . .	2·400
Messing	7·800—8·400

*) Bei den Hölzern beziehen sich die kleinern Zahlen auf den lufttrockenen, die größern auf den frischgefällten Zustand derselben.

Benennung der Körper.	Spezifisches Gewicht.
Platin, gehämmert	21·314
Quarz	2·624—2·652
Sand	1·399—1·771
Silber, gegossen	10·414
„ gehämmert	10·622
Stahl	7·833—7·919
Steinkohlen	1·165—1·636
Tannenholz	0·555—0·894
Thon	1·800—2·630
Wiesmuth	9·716—9·850
Zink, gegossen	7·190—7·213
„ gehämmert	7·861
Zinn, gegossen	7·291

b. Tropfbar flüssige Körper.

(Bezogen auf das spezifische Gewicht des Wassers = 1).

Benennung der Körper.	Spezifisches Gewicht.
Alkohol	0·792
Bier	1·023—1·034
Öhl, Oliven-	0·915—0·919
„ Lein-	0·940
„ Terpentin-	0·792—0·870
Quecksilber bei 0°	13·597
Wasser, reines bei 13° R. . .	1·000
Wasser, See-	1·028—1·042
Wein, Österreicher	1·000
„ Rhein-	0·990
„ Moseler	0·919
„ Tokaier	1·054
Weingeist	0·829—0·837

*

c. Luft- oder gasförmige Körper.

(Bezogen auf das spezifische Gewicht der atmosphärischen Luft = 1 bei Null Grad.)

Benennung der Körper.	Spezifisches Gewicht.
Atmosphärische Luft	1·000 *)
Kohlendunst	0·417
Kohlensaures Gas	1·520—1·528
Leuchtgas aus Steinkohlen . . .	0·300—0·654
Sauerstoffgas	1·103—1·111
Stickgas.	0·969—0·972
Wasserdampf	0·620
Wasserstoffgas	0·0688—0·0732

*) Auf das spezifische Gewicht des Wassers bezogen (d. h. dieses = 1 gesetzt) = 0·001299.

Inhalt.

Einleitung.

Erster Abschnitt.

Von der Statik oder dem Gleichgewichte der Kräfte bei festen Körpern.

Erstes Kapitel.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

Seite

Der Hebel.

Die Rolle.

Das Rad an der Welle.

Die schiefe Ebene.

Der Keil.

Die Schraube.

Seite

Viertes Kapitel.

Von dem gehinderten Falle der Körper.

Fünftes Kapitel.

Vom Pendel.

Sechstes Kapitel.

Von der Flieh- oder Zentrifugalkraft.

Siebentes Kapitel.

Von der Wirkung oder Leistung der Kräfte.

Achtes Kapitel.

Vom Stoße der Körper.

Seite

Neuntes Kapitel.

Von der Reibung.

Dritter Abschnitt.

Von der Hydrostatik oder dem Gleichgewichte tropfbar flüssiger Körper.

Erstes Kapitel.

Von den besondern Eigenschaften der tropfbar flüssigen Körper.

Zweites Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen den Boden und die Seitenwände der Gefäße.

Drittes Kapitel.

Von dem Gewichtsverluste eingetauchter Körper und von den kommunizierenden Gefäßen.

Seite

Vierter Abschnitt.

Von der Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse des Wassers aus horizontalen oder Bodenöffnungen.

Zweites Kapitel.

Drittes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

Viertes Kapitel.

Von den Wasserpumpen.

Fünfter Abschnitt.

Von der Aërostatik oder dem Gleichgewichte der Luft.

Erstes Kapitel.

Von dem Drucke der Atmosphäre und dem Mariotte'schen Gesetze.

Zweites Kapitel.

Von der Ausdehnung der Luft durch die Wärme —

Sechster Abschnitt.

Von der Aërodynamik oder der Bewegung der Luft.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse der Luft aus Gefäßen.

Zweites Kapitel.

Von dem Widerstande und der bewegenden Kraft der Luft.

Drittes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

Siebenter Abschnitt.

Von den Mahlmühlen und Stampfwerken.

Erstes Kapitel.

Von den Mahlmühlen.


Zweites Kapitel.

Von den Stampfwerken.


Anhang von einigen Tafeln.

I. Tafel.

Gedruckt bei Leopold Grund.


Fig.1.
Fig.2.
Fig.3.
Fig.4.
Fig.5.
Fig.6.
Fig.7.
Fig.8.
Fig.9.
Fig.10.
Fig.11.
Fig.12.
Fig.13.
Fig.14.
Fig.15.
Fig.16.
Fig.17.
Fig.18.
Fig.19.
Fig.20.
Fig.21.
Fig.22.
Fig.22 a.
Fig.22 b.
Fig.23.
Fig.24.
Fig.25.
Fig.26.
Fig.27.
Fig.28.
Fig.29.

J.W. Zinke sc.


Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 32 a.
Fig. 33.
Fig. 33 a.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 49'.
Fig. 50.
Fig. 50'.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
3 Lth.
5 Lth.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.

J. W. Zinke sc.

Taf III Fig. 64 bis Fig. 84.


Fig. 85.

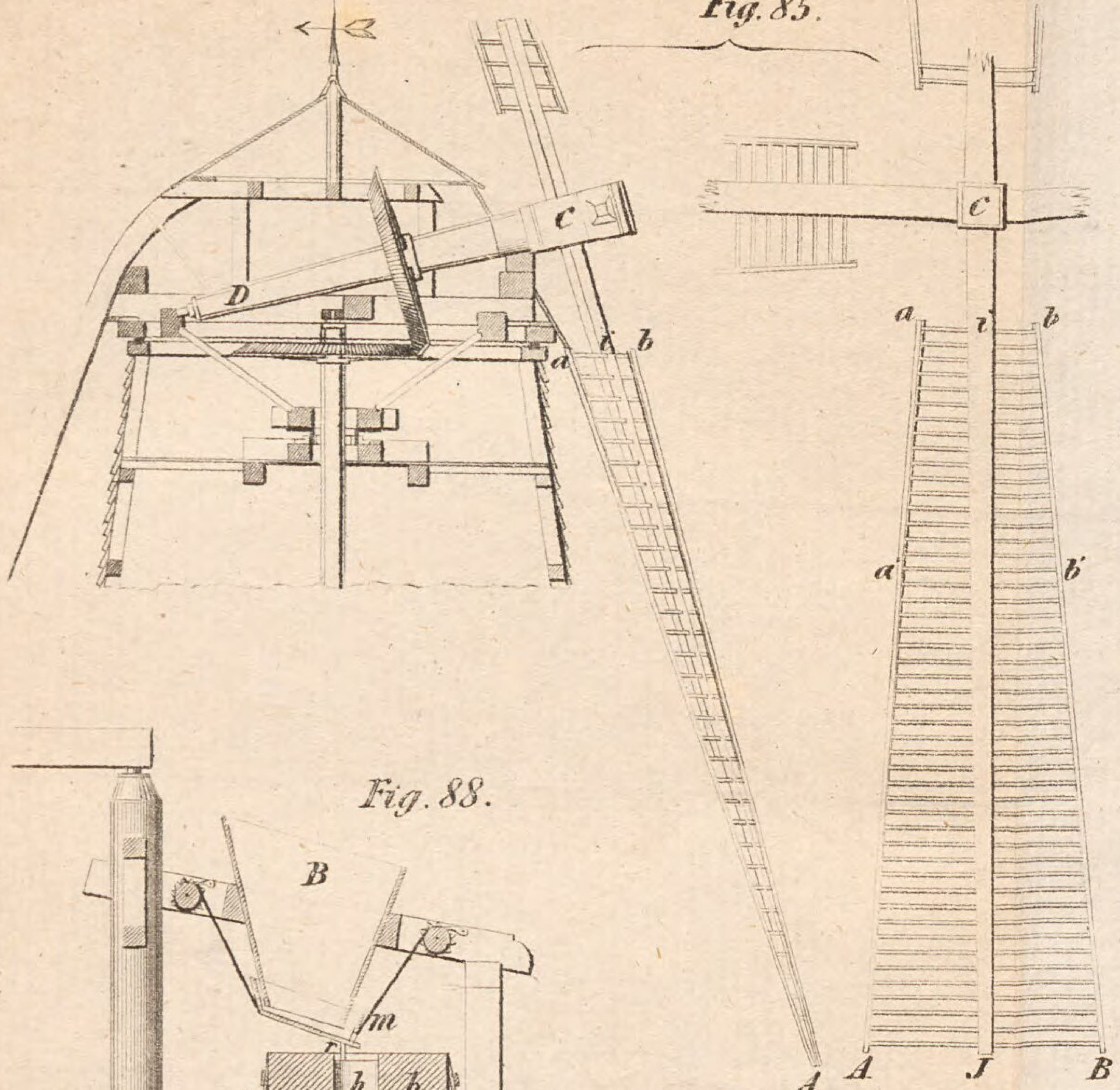


Fig. 87.

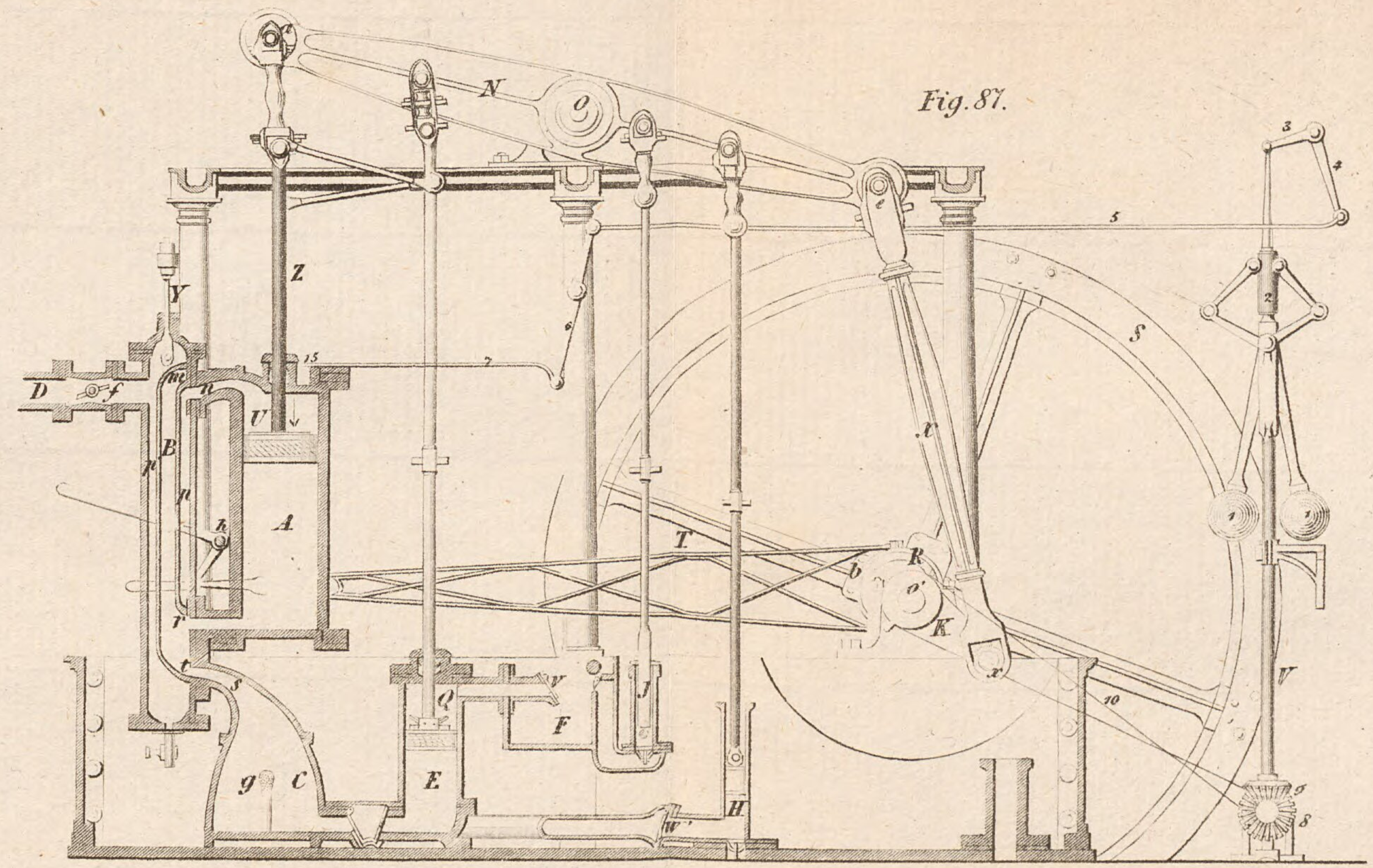


Fig. 88.

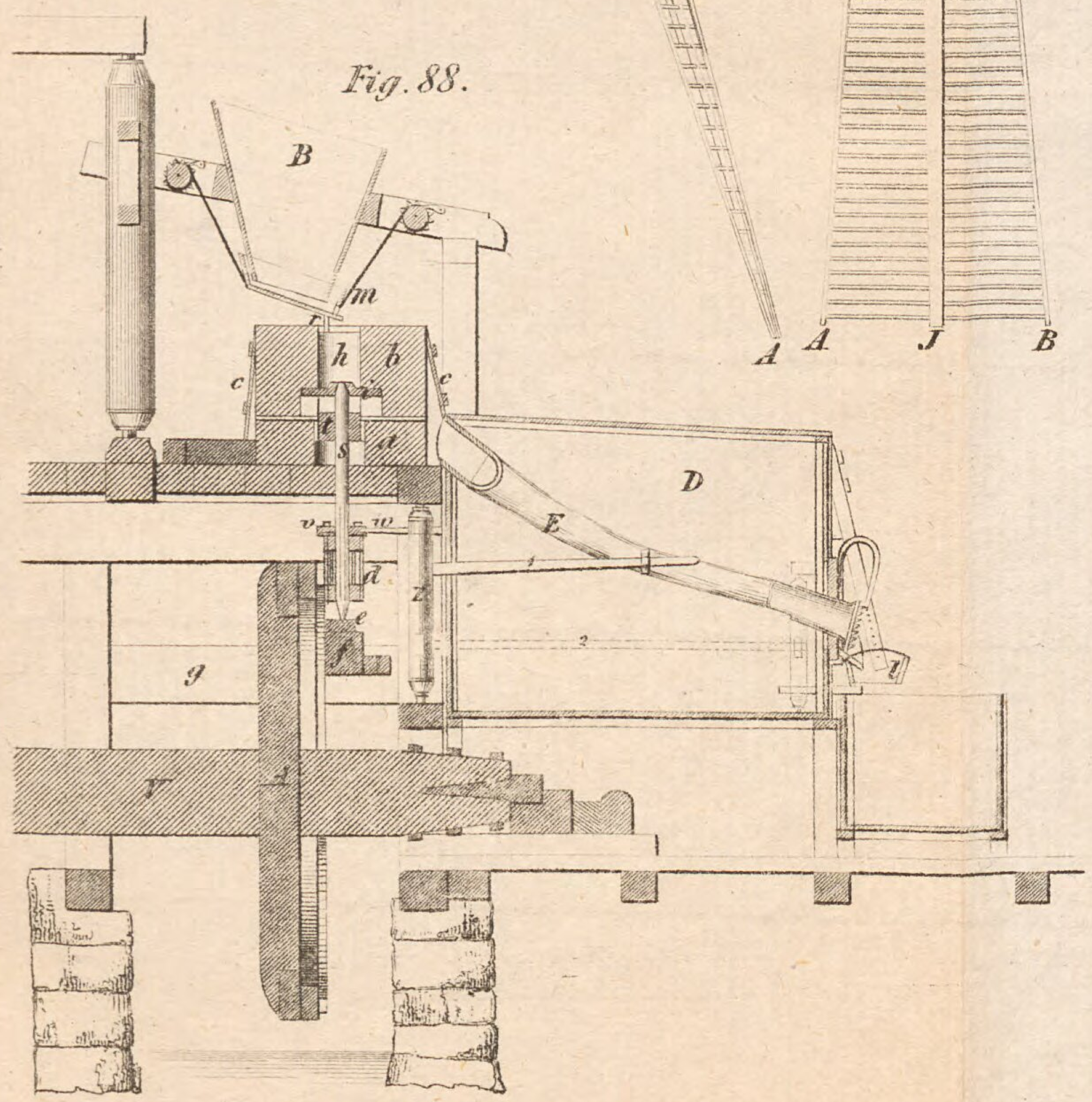


Fig. 86.

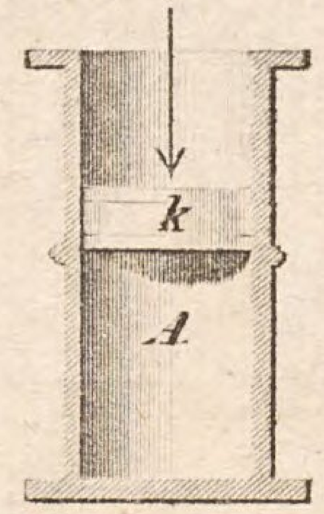
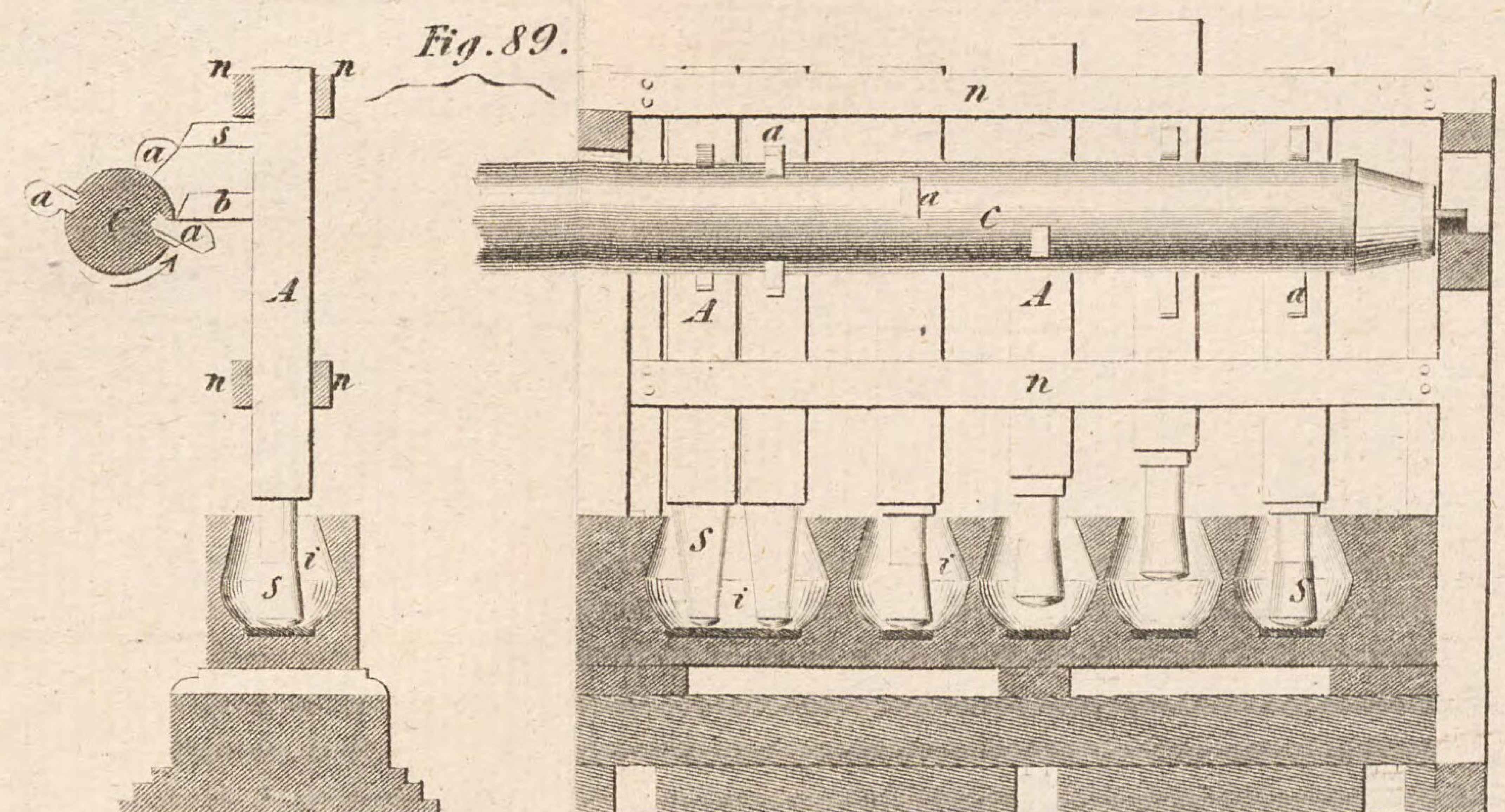


Fig. 89.



J. W. Zinke.

Burg, Adam von

Lehrbuch der Mechanik für die Hauptschulen bearbeitet

Wien 1854